

Nome:		Data: / /2020
Unidade Escolar:		Ano: 9º
Componente Curricular: Matemática		
Tema/ Conhecimento: Ampliação e redução de triângulos/ Congruência de triângulos /Proporcionalidade entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes		
Habilidade: (EF09MA12-B) Reconhecer triângulos semelhantes em situações de ampliação, congruência e redução, e as relações que existem entre seus perímetros e suas áreas.		

### Congruência

Quando comparamos duas figuras geralmente queremos saber quais as semelhanças existentes entre elas. Algumas vezes elas são iguais, algumas vezes são apenas parecidas e existem os casos em que as figuras comparadas são completamente diferentes. Na matemática, frequentemente as figuras geométricas são comparadas e os resultados possíveis são: Figuras congruentes, figuras semelhantes e figuras diferentes.

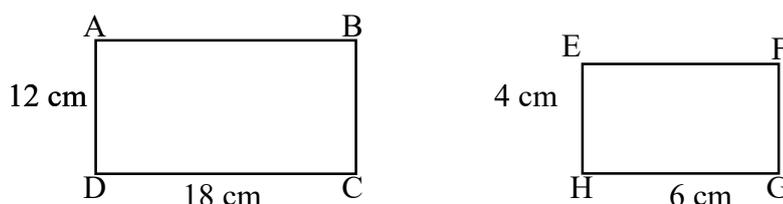
Vamos discutir a semelhança entre polígonos e os casos de semelhança entre triângulos.

Dois polígonos são semelhantes quando:

- I. Existe proporcionalidade entre seus lados e;
- II. Seus ângulos correspondentes são todos congruentes.

Existir uma razão de proporcionalidade quer dizer que se dividirmos a medida de um lado da primeira figura pelo valor de um lado da segunda figura e o resultado for, por exemplo, o número 3, então todas as divisões entre medidas de lados da primeira figura por medidas dos lados da segunda figura terão 3 como resultado.

Observe os retângulos ABCD e EFGH abaixo,



Perceba que eles são semelhantes, pois satisfazem as duas condições de semelhança

- I. Existe proporcionalidade entre os lados

$$\frac{AD}{EH} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{DC}{HG} = \frac{18}{6} = 3$$

- II. Seus ângulos correspondentes são todos congruentes.

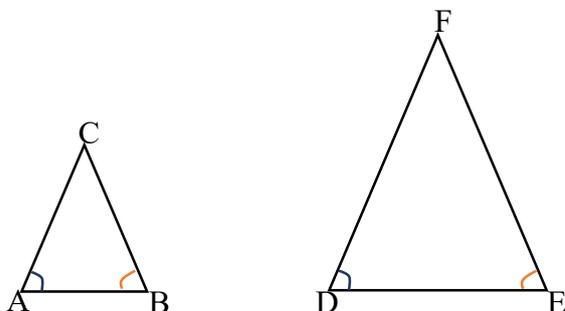
**Dois retângulos, portanto todos os ângulos internos são retos (90°)**

Para os triângulos a regra é a mesma. Dois triângulos são semelhantes caso três ângulos correspondentes sejam congruentes e 3 lados correspondentes possuam a mesma razão de proporcionalidade.

Porém, é possível verificar a semelhança nos triângulos de uma forma mais simples. Basta observar se eles se enquadram em um dos casos de semelhança de triângulos a seguir:

1. Caso Ângulo Ângulo (AA): *Dois triângulos são semelhantes se possuírem dois ângulos correspondentes congruentes.*

Não é necessário verificar o terceiro ângulo e nenhuma proporcionalidade entre os lados. Basta que dois ângulos sejam congruentes e os dois triângulos já podem ser declarados semelhantes, como no exemplo a seguir:

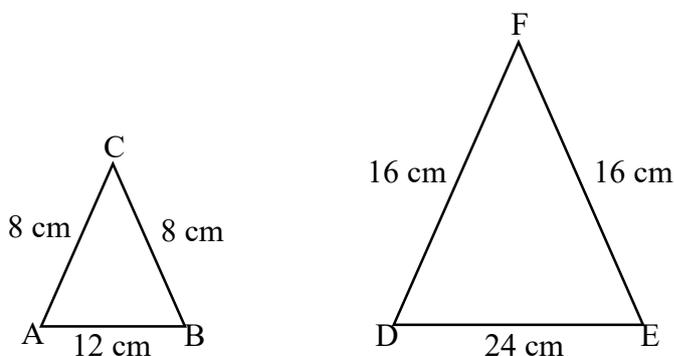


Perceba que o ângulo A é congruente ao ângulo D e o ângulo B é congruente ao ângulo E, ou seja,

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} \equiv \hat{D} \\ e \\ \hat{B} \equiv \hat{E} \end{array} \right.$$

2. Caso Lado Lado Lado (LLL): *Se dois triângulos possuem três lados proporcionais, então esses dois triângulos são semelhantes.* Portanto, não é necessário verificar os ângulos.

Observe os triângulos ABC e DEF abaixo



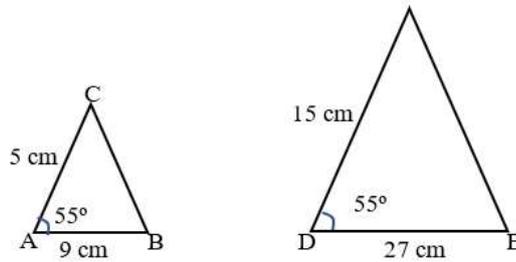
Na imagem acima, observe que as razões entre lados correspondentes têm o mesmo resultado:

$$\frac{AC}{DF} = \frac{CB}{FE} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{2}$$

Então, pelo segundo caso de semelhança, esses triângulos são semelhantes.

3. Caso Lado Ângulo Lado (LAL): *Dois triângulos que possuem dois lados proporcionais e o ângulo entre eles congruente são semelhantes.*

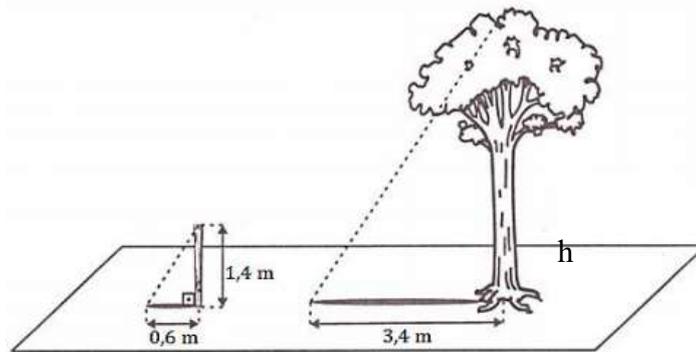
Observe este caso de semelhança no exemplo:



$$\begin{cases} \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE} = \frac{1}{3} \\ \hat{A} \equiv \hat{D} = 55^\circ \end{cases}$$

Nesse exemplo, o ângulo de 55 graus fica entre os lados proporcionais. Configurando assim o caso LAL.

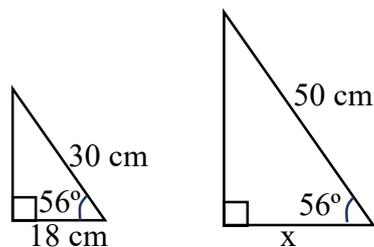
Exemplo 1. Renata precisava medir a altura de uma árvore. Para isso, colocou um pedaço de cano enterrado no chão, formando um ângulo de 90° com o solo. Depois mediu os comprimentos das sombras da árvore do cano, obtendo as medidas indicadas na figura abaixo.



Qual é a medida aproximada da altura dessa árvore?

$$\frac{h}{1,4} = \frac{3,4}{0,6} \rightarrow \frac{h}{1,4} = \frac{34}{6} \rightarrow 6h = 47,6 \rightarrow h = \frac{47,6}{6} \rightarrow h = 7,9333... m$$

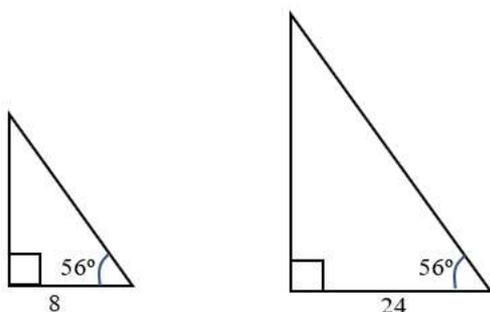
Exemplo 02. Qual o valor de x nos triângulos a seguir?



$$\frac{x}{18} = \frac{50}{30} \rightarrow 30x = 900 \rightarrow x = \frac{900}{30} \rightarrow x = 30 cm$$

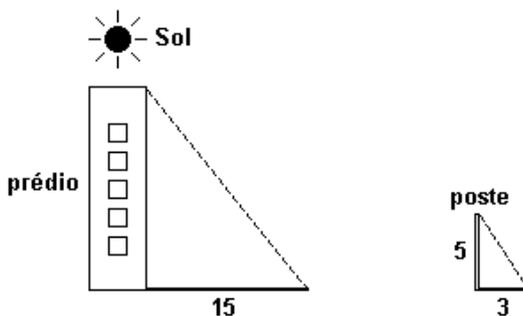
**Responda as atividades a seguir em seu caderno.**

01. Observe os triângulos da imagem a seguir e assinale a alternativa correta.



- (A) Os triângulos são semelhantes, pois possuem o mesmo formato. Essa é a única maneira de descobrir se duas figuras geométricas são semelhantes.
- (B) Os triângulos não são semelhantes, pois não existe caso de semelhança para quando se conhece apenas um lado e um ângulo de dois triângulos.
- (C) Os triângulos são semelhantes pelo caso ALA (Ângulo – Lado – Ângulo).
- (D) Os triângulos são semelhantes pelo caso AA (Ângulo – Ângulo).

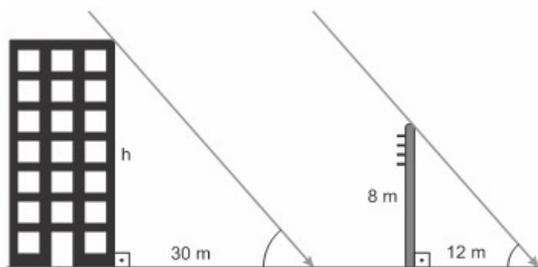
02. A sombra de um prédio, num terreno plano, numa determinada hora do dia, mede 15 m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5 m mede 3 m.



A altura do prédio, em metros, é

- |         |         |
|---------|---------|
| (A) 25. | (D) 45. |
| (B) 29. | (E) 75. |
| (C) 30. |         |

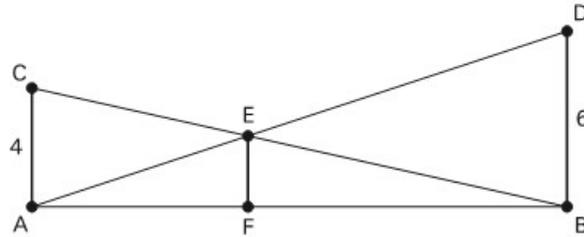
03. Às 10 h 45 min de uma manhã ensolarada, as sombras de um edifício e de um poste de 8 metros de altura foram medidas ao mesmo tempo. Foram encontrados 30 metros e 12 metros, respectivamente, conforme ilustração abaixo.



De acordo com as informações acima, a altura  $h$  do prédio é de

- |                |                |
|----------------|----------------|
| (A) 12 metros. | (C) 18 metros. |
| (B) 14 metros. | (D) 20 metros. |

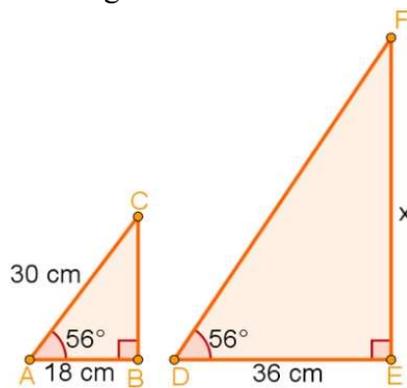
04. O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

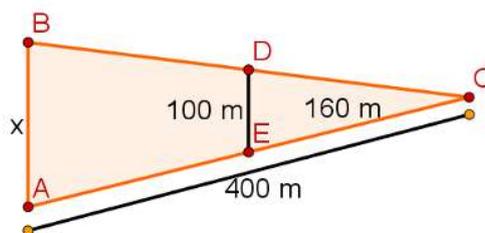
- (A) 1 m
- (B) 2 m
- (C) 2,4 m
- (D) 3 m
- (E)  $2\sqrt{6}$  m

05. Qual o valor de x nos triângulos a seguir?



- (A) 48 cm
- (B) 49 cm
- (C) 50 cm
- (D) 54 cm

06. Na imagem a seguir, é possível perceber dois triângulos que compartilham parte de dois lados. Sabendo que os segmentos BA e DE são paralelos, qual a medida de x?



- |           |           |
|-----------|-----------|
| (A) 210 m | (C) 250 m |
| (B) 220 m | (D) 260 m |