|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | | |
| Nome: |  | | Data: \_\_\_/\_\_\_/2020 |
| Unidade Escolar: | |  | Ano: 9º |
| Componente Curricular: Matemática | | | |
| Tema/ Conhecimento: Ampliação e redução de triângulos/ Congruência de triângulos /Proporcionalidade entre perímetros e áreas de triângulos semelhantes | | | |
| Habilidade: (EF09MA12-B) Reconhecer triângulos semelhantes em situações de ampliação, congruência e redução, e as relações que existem entre seus perímetros e suas áreas. | | | |

**Congruência**

Quando comparamos duas figuras geralmente queremos saber quais as semelhanças existentes entre elas. Algumas vezes elas são iguais, algumas vezes são apenas parecidas e existem os casos em que as figuras comparadas são completamente diferentes. Na matemática, frequentemente as figuras geométricas são comparadas e os resultados possíveis são: Figuras congruentes, figuras semelhantes e figuras diferentes.

Vamos discutir a semelhança entre polígonos e os casos de semelhança entre triângulos.

Dois [polígonos são semelhantes](https://brasilescola.uol.com.br/matematica/semelhanca-de-poligonos.htm) quando:

1. Existe proporcionalidade entre seus lados e;
2. Seus ângulos correspondentes são todos congruentes.

Existir uma razão de proporcionalidade quer dizer que se dividirmos a medida de um lado da primeira figura pelo valor de um lado da segunda figura e o resultado for, por exemplo, o número 3, então todas as divisões entre medidas de lados da primeira figura por medidas dos lados da segunda figura terão 3 como resultado.

Observe os retângulos ABCD e EFGH abaixo,

12 cm

18 cm

12 cm

A

D

C

B

4 cm

E

F

G

6 cm

H

Perceba que eles são semelhantes, pois satisfazem as duas condições de semelhança

1. Existe proporcionalidade entre os lados
2. Seus ângulos correspondentes são todos congruentes.

Para os triângulos a regra é a mesma. **Dois triângulos são semelhantes caso três ângulos correspondentes sejam congruentes e 3 lados correspondentes possuam a mesma razão de proporcionalidade.**

**Porém, é possível verificar a semelhança nos triângulos de uma forma mais simples**. Basta observar se eles se enquadram em um dos **casos de semelhança de triângulos** a seguir:

1. Caso **Ângulo Ângulo (AA)**: Dois triângulos são semelhantes se possuírem dois ângulos correspondentes congruentes.

Não é necessário verificar o terceiro ângulo e nenhuma proporcionalidade entre os lados. Basta que dois ângulos sejam congruentes e os dois triângulos já podem ser declarados semelhantes, como no exemplo a seguir:

A

C

B

F

E

D

Perceba que o ângulo A é congruente ao ângulo D e o ângulo B é congruente ao ângulo E, ou seja,

1. Caso **Lado Lado Lado (LLL)**: Se dois triângulos possuem três lados proporcionais, então esses dois triângulos são semelhantes. Portanto, não é necessário verificar os ângulos.

Observe os triângulos ABC e DFG abaixo

C

A

B

E

D

16 cm

12 cm

8 cm

8 cm

16 cm

24 cm

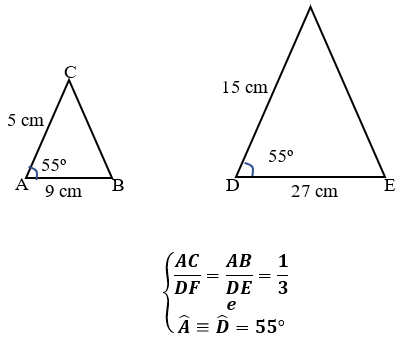
F

Na imagem acima, observe que as razões entre lados correspondentes têm o mesmo resultado:

Então, pelo segundo caso de semelhança, esses triângulos são semelhantes.

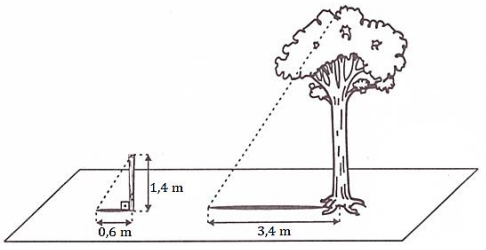
1. **Caso Lado Ângulo Lado (LAL)**: Dois triângulos que possuem dois lados proporcionais e o ângulo entre eles congruente são semelhantes.

Observe este caso de semelhança no exemplo:



Nesse exemplo, o ângulo de 55 graus fica entre os lados proporcionais. Configurando assim o caso LAL.

Exemplo 1**.** Renata precisava medir a altura de uma árvore. Para isso, colocou um pedaço de cano enterrado no chão, formando um ângulo de 90º com o solo. Depois mediu os comprimentos das sombras da árvore do cano, obtendo as medidas indicadas na figura abaixo.



h

Qual é a medida aproximada da altura dessa árvore?

Exemplo 02. Qual o valor de x nos triângulos a seguir?

56º

56º

30 cm

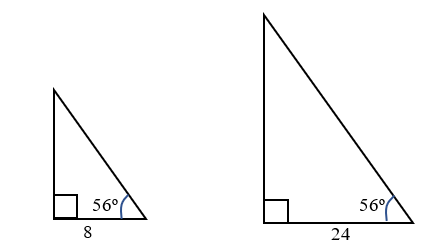
18 cm

50 cm

x

**Responda as atividades a seguir em seu caderno.**

01. Observe os triângulos da imagem a seguir e assinale a alternativa correta.



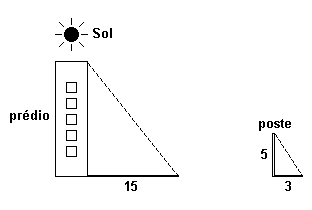
(A) Os triângulos são semelhantes, pois possuem o mesmo formato. Essa é a única maneira de descobrir se duas figuras geométricas são semelhantes.

(B) Os triângulos não são semelhantes, pois não existe caso de semelhança para quando se conhece apenas um lado e um ângulo de dois triângulos.

(C) Os triângulos são semelhantes pelo caso ALA (Ângulo – Lado – Ângulo).

(D) Os triângulos são semelhantes pelo caso AA (Ângulo – Ângulo).

02**.** A sombra de um prédio, num terreno plano, numa determinada hora do dia, mede 15 m. Nesse mesmo instante, próximo ao prédio, a sombra de um poste de altura 5 m mede .



A altura do prédio, em metros, é

(A) 25.

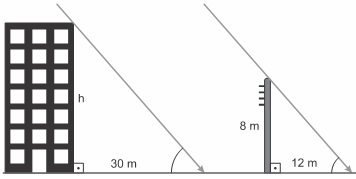
(B) 29.

(C) 30.

(D) 45.

(E) 75.

03. Às de uma manhã ensolarada, as sombras de um edifício e de um poste de metros de altura foram medidas ao mesmo tempo. Foram encontrados metros e metros, respectivamente, conforme ilustração abaixo.



De acordo com as informações acima, a altura do prédio é de

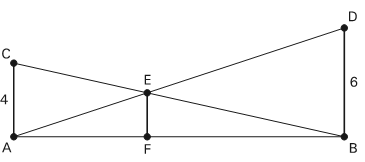
(A) metros.

(B) metros.

(C) metros.

(D) .

04. O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.

****

Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

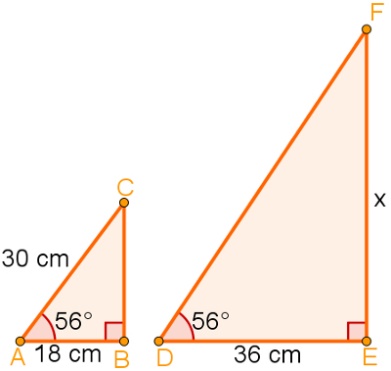
(A) 

(B) 

(C) 

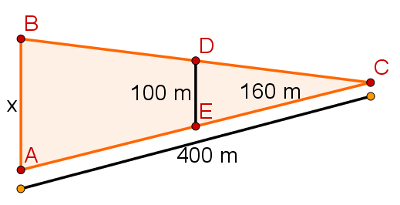
(D) 

(E) 

05. Qual o valor de x nos triângulos a seguir?

1. 48 cm
2. 49 cm
3. 50 cm
4. 54 cm

06. Na imagem a seguir, é possível perceber dois triângulos que compartilham parte de dois lados. Sabendo que os segmentos BA e DE são paralelos, qual a medida de x?



1. 210 m
2. 220 m
3. 250 m
4. 260 m

Respostas:

01. Letra D

02. Letra A

03. Letra D

Para obter a altura, basta aplicar a semelhança de triângulos, e neste caso, temos a seguinte relação:

04. Letra C

5. Letra A - Observe que os dois triângulos são semelhantes pelo caso AA. Entretanto, x é a medida do lado EF do triângulo maior, que, por sua vez, é correspondente ao lado CB do triângulo menor. Para descobrir a medida desse lado, podemos usar o teorema de Pitágoras:

302 = 182 + y2

900 = 324 + y2

y2 = 900 – 324

y2 = 576

y = √576

y = 24 cm

Como os lados dos triângulos são proporcionais, para descobrir a medida de x, basta usar a proporção entre os lados:

18 = 24  
 36     x

18x = 36·24

18x = 864

x = 864  
      18

x = 48 cm.

06. Letra C - Quando um triângulo é cortado por um segmento de reta paralelo a um de seus lados, esse segmento forma um segundo triângulo menor e semelhante ao primeiro. Para resolver essa questão, usaremos apenas a proporção:

400 = 160  
  x     100

160x = 400·100

160x = 40000

x = 40000  
     160

x = 250 m