|  |
| --- |
| **1ª SEMANA – 2º CORTE**  |
| Nome: |  | Data: \_\_\_/\_\_\_/2020 |
| Unidade Escolar: |  | Ano: 9º  |
| Componente Curricular: Matemática |
| Tema / Conhecimento: Potências com expoentes negativos e fracionários: Propriedades operatórias dos radicais/Racionalização de denominadores/Números reais |
| Habilidades: (EF09MA03-A) Efetuar cálculos com radicais usando propriedades operatórias, inclusive racionalização de denominadores, em resolução de problemas diversos.  |

**Radiciação:** Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo, uma determinada quantidades de vezes, dá um valor que conhecemos.

**Exemplo:**

Qual é o número que multiplicado por ele mesmo 3 vezes dá como resultado 125?

Por tentativa podemos descobrir que:

5 x 5 x 5 = 125

Logo, o 5 é o número que estamos procurando.

**Definição****:** Seja ***a*** um número real não negativo e ***n*** um número natural, com $n\geq 1$, chamamos de raiz enésima de ***a*** se, e somente se, o número real ***x***, não negativo, elevado ao expoente ***n***, resulta em ***a***, tal que $x^{n}=a$. Vamos entender um pouco melhor essa definição. Para representarmos radicais utilizamos o símbolo , chamado de radical. Onde **n** é o índice da raiz, **a**é o radicando e ***b*** a raiz. Leia-se: raiz enésima de **a** é igual a ***b***.



**Vamos fazer alguns exemplos.**

$$\sqrt[3]{27}=3, pois 3^{3}=27$$

*Leia-se: a raiz cúbica de 27 é igual a 3*

$$\sqrt{16}=4, pois 4^{2}=16$$

*Leia-se: a raiz quadrada de 16 é igual a 4*

$$\sqrt[4]{81}=3, pois 3^{4}=81$$

*Leia-se: a raiz quarta de 81 é igual a 3*

$$\sqrt[3]{8}=2, pois 2^{3}=8$$

*Leia-se: a raiz cúbica de 8 é igual a 2*

**Relação entre potência e raiz:** Toda potência de base positiva e expoente racional é uma raiz, descrita da seguinte forma:

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}$$

O denominador ***n*** é o índice da raiz e o numerador ***m*** é o expoente do radicando.

**Propriedades**

1. $\sqrt[n]{a^{n}}=a^{\frac{n}{n}}=a^{1}, com n inteiro e diferente de zero.$

*Exemplos:*

* $\sqrt{18^{2}}=18$
* $\sqrt[5]{x^{5}}=x, com x\geq 0$
1. $\sqrt[n:p]{a^{m:p}}$

*Exemplos:*

* $\sqrt[4]{5^{6}}=\sqrt[4:2]{5^{6:2}}=\sqrt{5^{3}}$
* $\sqrt[6]{8^{12}}=\sqrt[6:6]{8^{12:6}}=8^{2}$
1. $\sqrt[n]{a∙b}=\sqrt[n]{a}∙\sqrt[n]{b}$

*Exemplo:*

$$\sqrt{36}=\sqrt{4∙6}=2∙3=6$$

1. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

*Exemplo:*

$$\sqrt[3]{\frac{64}{27}}=\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{4}{3}$$

1. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}=\sqrt[m∙n]{a}}$

*Exemplo:*

$$ \sqrt[3]{\sqrt[2]{4}}=\sqrt[3∙2]{4}=\sqrt[6]{4}$$

**Simplificação de radicais:** quando dizemos que um número está na forma simplificada, queremos mostrar que há uma maneira mais simples, de interpretá-lo.

As raízes exatas já são representadas de uma forma simples. Vamos ver esse processo de simplificação por meio de exemplos.



**Operações com radicais:** Vamos estudar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com radicais a relação entre potenciação e radiciação.

**Adição e subtração com radicais:** Utilizaremos o mesmo conceito de soma algébrica de polinômios, colocando a parte literal(raiz) em evidência e somando os coeficientes.

Exemplos

1. $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\left(3+5-4\right)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$
2. $3\sqrt{5}+5\sqrt{2}-4\sqrt{5} + 6\sqrt{2}=\left(3-4\right)\sqrt{5} + \left(5+6\right)\sqrt{2}=-1\sqrt{5} + 11\sqrt{2}$

Observe o seguinte exemplo.

$$-3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{18}$$

Aparentemente, as raízes não são semelhantes. Contudo, algumas raízes podem ser escritas de forma simplificada.

$$-3\sqrt{2}+\sqrt{50}-\sqrt{18}=-3\sqrt{2} +\sqrt{5^{2}∙2} -\sqrt{3^{2}∙2}=-3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

Aplicação. Carlos estava estudando o conceito de perímetro de uma figura plana. Ele estava resolvendo alguns exercícios, entre eles estava o seguinte

“Calcule o perímetro de um retângulo ABCD de $\sqrt{75} cm$ de comprimento e $\sqrt{20} cm$ de largura. “

Como Carlos resolveu esse problema? Vamos desenhar o problema e identificar as informações no desenho.



Perceba que o lado AB = CD = $\sqrt{75} cm$ e BC = AD = $\sqrt{20} cm$. Note também que $\sqrt{75}=\sqrt{5^{2}∙5}=5\sqrt{5}$ e

$\sqrt{20}=\sqrt{2^{2}∙5}=2\sqrt{5}$. Para calcular o perímetro, devemos somar todos os lados do retângulo.

$$Perímetro=AB + BC + CD + DA = 5\sqrt{5} +2\sqrt{5} +5\sqrt{5} +2\sqrt{5} = 14\sqrt{5} cm$$

**Multiplicação e divisão com radicais:** A multiplicação das raízes de mesmo índice é igual à raiz do produto, nesse indica.

$$\sqrt[n]{a}∙\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a∙b}$$

Exemplos

1. $\sqrt{2}∙\sqrt{8}=\sqrt{2∙8}=\sqrt{16}=4$
2. $2\sqrt[3]{4}∙\sqrt[3]{5}=2\sqrt[3]{4∙5}=2\sqrt[3]{20}$
3. $4∙\sqrt{12}∙\sqrt{3}=4∙\sqrt{12∙3}=4∙\sqrt{36}=4∙6=24$

A divisão das raízes de mesmo índice é igual à raiz do quociente, nesse indica.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

**Aplicação.** Carlos estava estudando o conceito de perímetro de uma figura plana. Ele estava resolvendo alguns exercícios, entre eles estava o seguinte

“Calcule a área de um retângulo ABCD de $\sqrt{32} cm$ de comprimento e $\sqrt{2} cm$ de largura.”

Vamos desenhar o problema e identificar as informações no desenho.

A área de um retângulo é dada por: $Área = comprimento ∙ largura$

Calculando a área do retângulo ABCD

$$Área = comprimento ∙ largura$$

$$Área = \sqrt{32} ∙ \sqrt{2}$$

$$Área = \sqrt{64}$$

$$Área = 8 cm^{2}$$

Para saber mais sobre esse assunto, assista, se possível, ao vídeo: https://youtu.be/QmIjZgKhAEo

**Resolva as atividades a seguir no seu caderno.**

01. Associe os valores da coluna (I), com suas respectivas raízes na coluna (II)

 (I)

$$a) \sqrt{25}$$

$b) \sqrt{64}$

$$c)\sqrt[3]{64}$$

$$d) \sqrt[3]{216}$$

$$e)\sqrt{100}$$

$$f)\sqrt[4]{32}$$

 (I I)

$( ) $6

$( ) 5$

$$( ) 10$$

$$( ) 2$$

$$( ) 4$$

$$( ) 8$$

02. Indique se a sentença é verdadeira ou falsa, usando F para falsa e V para verdadeira.

a) $\left( \right) \sqrt{10}=5^{\frac{1}{2}}$

b) $\left( \right) \sqrt{100}=10$

c) $\left( \right) \sqrt{25}=5$

d) $\left( \right) \sqrt{40}=2∙\sqrt{10}$

e) $\left( \right) \sqrt{50}=25$

f) $ \left( \right) \sqrt{\sqrt[3]{64}}=2$

03. Simplifique, utilizando as propriedades dos radicais

a) $\sqrt{5^{2}}$

b) $\sqrt[3]{6^{3}}$

c) $\sqrt{2^{6}}$

d) $\sqrt{4^{-8}}$

e) $\sqrt[5]{7^{10}}$

04. Simplificando-se 2$\sqrt{3}$ + 2$\sqrt{12}$ – 2$\sqrt{75} $obtém-se:

a) $\left( \right) $0

b) $\left( \right) $– 2√3

c) $\left( \right) $– 4√3

d) $\left( \right) $– 6√3

05. Encontre o valor de x para a expressão: $\sqrt{8}$ + $\sqrt{64}$ – 5$\sqrt{2}$ = x

06. Simplifique a expressão a seguir:



07. Calcule o perímetro de um retângulo ABCD de $\sqrt{108} cm$ de comprimento e $\sqrt{27} cm$ de largura.

08. Calcule a área de um retângulo ABCD de $\sqrt{50} cm$ de comprimento e $\sqrt{8} cm$ de largura.

Respostas:

1. $( d ) $6 $( a ) 5$ $\left( e \right)10 \left( f \right)2 \left( c \right)4 ( b ) 8$

02. F V V V F V

03.

a)$ 5^{\frac{2}{2}}=5^{1}=5$

b) $6^{1}=6$

c) $2^{3}=8$

d) $4^{-\frac{8}{2}}=5^{-4}=\frac{1}{625}$

e) $7^{\frac{10}{5}}=7^{2}=49$

04.

2$\sqrt{3}$ + 2$. 2 \sqrt{3}$ – 2$ . 5 \sqrt{3}$

2$\sqrt{3}$ + 4$\sqrt{3}$ – 10 $\sqrt{3}$

- 4 $\sqrt{3}$

05.

 $x= \sqrt{(2^{2}. 2)} +8-5\sqrt{2} $

$$x= 2\sqrt{2} +8-5\sqrt{2}$$

$$x= 8-3\sqrt{2}$$

06.

$$\sqrt{\sqrt[3]{8} - \sqrt{25}+ \sqrt{\sqrt{625}} }$$

$$\sqrt{ 2- 5+ \sqrt{25} }$$

$$\sqrt{ 2- 5+ 5 }$$

$$\sqrt{ 2 }$$

07.

Vamos desenhar o problema e identificar as informações no desenho.



Perceba que o lado AB = CD = $\sqrt{108} cm$ e BC = AD = $\sqrt{27} cm$. Note também que $\sqrt{108}=\sqrt{6^{2}∙3}=6\sqrt{3}$ e

$\sqrt{27}=\sqrt{3^{2}∙3}=3\sqrt{3}$. Para calcular o perímetro, devemos somar todos os lados do retângulo.

$$Perímetro=AB + BC + CD + DA = 6\sqrt{3} +3\sqrt{3} +6\sqrt{3} +3\sqrt{3} = 18\sqrt{3} cm$$

08. Vamos desenhar o problema e identificar as informações no desenho.

A área de um retângulo é dada por:

$$Área = comprimento ∙ largura$$

Calculando a área do retângulo ABCD

$$Área = comprimento ∙ largura$$

$$Área = \sqrt{50} ∙ \sqrt{8}$$

$$Área = \sqrt{400}$$

$$Área = 20 cm^{2}$$