Superintendência de Educação Infantil e Ensino Fundamental | Secretaria de Estado da Educação | Somos todos GOIÁS

**2ª SEMANA – 2º CORTE**

| | | |
|---|---|---|
| Nome: | | Data: ___/___/2020 |
| Unidade Escolar: | | Ano: 9º |
| Componente Curricular: Matemática | | |
| Tema/ Conhecimento: Potências com expoentes negativos e fracionários: Propriedades operatórias dos radicais/Racionalização de denominadores/Números reais. | | |
| Habilidade: (EF09MA03-A) Efetuar cálculos com radicais usando propriedades operatórias, inclusive racionalização de denominadores, em resolução de problemas diversos. (EF09MA03-B) Efetuar cálculos para aproximação de valores dos radicais que resultam em números irracionais (caso da √2, da √3, etc.), com uso de procedimentos diversos como estimativa, tecnologia digital, algoritmos entre outros. | | |

**Racionalização de denominadores.**

O que existe em comum entre os pares de frações a seguir?

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ *e* $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\qquad$ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ *e* $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ $\qquad$ $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ *e* $\sqrt[3]{9}$

Elas são frações equivalentes. A racionalização de um denominador muitas vezes nos dá mais clareza do valor numérico de uma fração irracional. Mentalmente, costuma-se interpretar mais facilmente $\frac{\sqrt{2}}{2}$, que é aproximadamente 0,7, do que $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Par encontrar uma fração equivalente de denominador racional, precisamos multiplicar os termos da fração por um mesmo número, que torne racional o denominador irracional. Vamos fazer um exemplo para que isso fique bem claro.

Exemplos: Denominador do tipo $\sqrt{a}$

- $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \boxed{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

  Perceba que este é o número 1

- $\frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \boxed{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

  Perceba que este é o número 1

- $\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \boxed{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}} = \frac{2\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

  Perceba que este é o número 1

- $\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \boxed{\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}} = \frac{\sqrt{10}}{(\sqrt{10})^2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

  Perceba que este é o número 1

E se o denominador não for uma raiz quadrada, como faremos a racionalização?

Vamos observar a seguinte multiplicação

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \left(\sqrt[3]{2}\right)^2 = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

Perceba que não conseguimos tornar a raiz cúbica de 2 em um número racional, pois a multiplicação desse número por ele mesmo não gerou o resultado esperado. Como devemos fazer essa multiplicação?

Toda vez que o denominador for do tipo $\sqrt[n]{a^m}$, multiplicaremos esse valor por $\sqrt[n]{a^{(n-m)}}$.

Exemplo: Por qual número devemos multiplicar $\sqrt[5]{2^3}$, para que ele se torne um número racional?

Perceba que o número que procuramos é

$$\sqrt[5]{2^{2}} \longrightarrow 2 = 5 - 3$$

Logo,

$$\sqrt[5]{2^3} \cdot \sqrt[5]{2^2} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

**Como representar um número irracional na reta numérica?**

Os números irracionais são decimais infinitos e aperiódicos. Assim, para representá-los na reta numérica, podemos aproximá-los por um número racional.

Vamos determinar uma aproximação para $\sqrt{5}$.

I. Primeiro identificaremos entre quais número racionais o valor se encontra, utilizando os dois quadrados perfeitos entre os quais se encontra $\sqrt{5}$

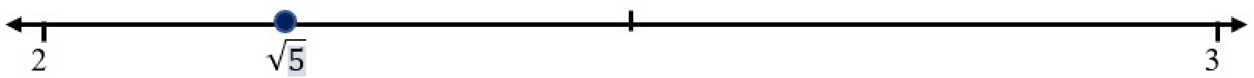
$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

Assim, $2 < \sqrt{5} < 3$.

II. Vamos aproximar $\sqrt{5}$ por um número racional com uma casa decimal

$$2{,}1^2 = 4{,}41$$
$$2{,}2^2 = 4{,}84$$
$$2{,}3^2 = 5{,}29$$

A partir dos cálculos acima, verificamos que $\sqrt{5} \cong 2{,}2$. Dizemos que o valor de $\sqrt{5}$ com erro menor que 0,1 é 2,2. Na reta numérica, temos:




III. Para determinar o valor de $\sqrt{5}$ com erro menor que 0,01, devemos utilizar um número racional com duas casas decimais.

Como já sabemos que $2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$, temos:

$$2{,}21^2 = 4{,}8841$$
$$2{,}22^2 = 4{,}9284$$
$$2{,}23^2 = 5{,}9729$$
$$2{,}24^2 = 5{,}0176$$

O valor de $\sqrt{5}$com erro menor que 0,01 é 2,23.

O valor aproximado de uma raiz não exata é aquele mais próximo que não excede o valor da raiz. Logo, $\sqrt{5} \cong 2{,}23$ e não 2,23

**Determinar o valor aproximado da raiz quadrada de um número *N* qualquer**.

Um método heurístico de calcular a aproximação para raízes quadradas é através da fórmula abaixo:

$$\sqrt{N} \cong \frac{N+Q}{2\cdot\sqrt{Q}}$$

Onde Q é o número quadrado perfeito mais próximo de ***N.*** Utilizando esta fórmula, qual a melhor aproximação para $\sqrt{50}$.

Perceba que Q = 49, logo

$$\sqrt{50} \cong \frac{50+49}{2\cdot\sqrt{49}}$$

$$\sqrt{50} \cong \frac{99}{2\cdot 7}$$

$$\sqrt{50} \cong \frac{99}{14}$$

$$\sqrt{50} \cong 7{,}07$$

Quer saber mais sobre racionalização de denominadores? Se possível, assista aos vídeos https://youtu.be/ufgr1CxsHqw, https://youtu.be/04nnroZrmgg, https://youtu.be/9CfzJ-LWytM e https://youtu.be/q3esLl22R2M.

**Agora é sua vez! Responda as atividades a seguir em seu caderno.**

01. Associe as frações da coluna (I), com suas respectivas frações equivalentes na coluna (II)

| (I) | (I I) |
|---|---|
| $a)\ \frac{4}{\sqrt{3}}$ | ( ) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ |
| $b)\ \frac{2}{\sqrt{3}}$ | ( ) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ |
| $c)\ \frac{7}{\sqrt{7}}$ | ( ) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ |
| $d)\ \frac{1}{\sqrt{6}}$ | ( ) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ |
| $e)\ \frac{1}{\sqrt{13}}$ | ( ) $\sqrt{7}$ |
| $f)\ \frac{2}{\sqrt{2}}$ | ( ) $\sqrt{2}$ |

02. Substitua o símbolo # por um fator não nulo que torne o produto um número racional.

a) $\sqrt{11}\cdot$ #

Perceba que neste item o valor de # é $\sqrt{11}$, pois $\sqrt{11}\cdot\sqrt{11} = \left(\sqrt{11}\right)^2 = 11$

b) $\sqrt{6}\cdot$ #

c) $\sqrt{17}\cdot$ #

d) $\sqrt{13} \cdot \#$
e) $\sqrt{15} \cdot \#$
f) $\sqrt{31} \cdot \#$

03. Substitua o símbolo # por um fator não nulo que torne o produto um número racional.

a) $\sqrt[3]{3^2} \cdot \#$
Perceba que neste item o valor de # é $\sqrt[3]{3}$, pois $\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{3} = \left(\sqrt[3]{3}\right)^3 = 3$

b) $\sqrt[4]{5} \cdot \#$

c) $\sqrt[15]{7^2} \cdot \#$

d) $\sqrt[7]{3^5} \cdot \#$

e) $\sqrt[10]{2^7} \cdot \#$

f) $\sqrt[8]{11^4} \cdot \#$

04. Veja o exemplo dado e racionalize os denominadores a seguir.

$\frac{1}{\sqrt[5]{3}} = \frac{\sqrt[5]{3^4}}{3}$ Para fazer a racionalização, devemos multiplicar a fração dada por $\frac{\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3^4}}$. Logo,

4 = 5 - 1

$$\frac{1}{\sqrt[5]{3}} \cdot \boxed{\frac{\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3^4}}} = \frac{\sqrt[5]{3^4}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{\sqrt[5]{3^4}}{3}$$

Perceba que este é o número 1

a) $\frac{1}{\sqrt[6]{5}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[4]{6^3}}$

c) $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$

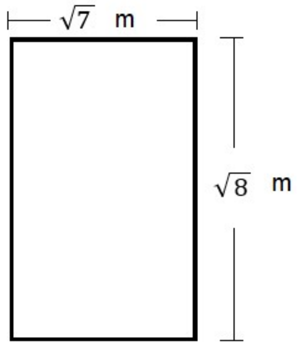
d) $\frac{1}{\sqrt[9]{7^7}}$

05. Represente na reta numérica os seguintes números, $\sqrt{7}, \sqrt{11}$ *e* $\sqrt{20}$, e determine o seu valor aproximado com um erro de 0,01.

06. Utilizando o método heurístico, calcule a raiz aproximada dos seguintes números.

a) $\sqrt{20}$
b) $\sqrt{7}$
c) $\sqrt{15}$
d) $\sqrt{70}$
e) $\sqrt{98}$

07. A figura a seguir representa uma sala.




Qual a área dessa sala, aproximadamente? Use o método heurístico.

(A) (   ) 5,38
(B) (   ) 6,54
(C) (   ) 7,48
(D) (   ) 8,21