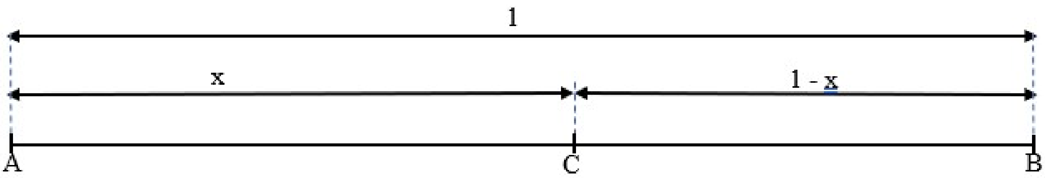
MATEMÁTICA – 9º ANO	
3ª SEMANA - 2º CORTE	
Tema / Conhecimento: Funções: representações numérica, algébrica e gráfica: Função do 2° Grau / Função do 1° Grau: gráfico/Função do 2° Grau: gráfico /Cálculo de máximos ou de mínimos	
Habilidades: (EF09MA06-E) Aplicar a fórmula de Bháskara para resolver equações do 2° grau associadas às funções quadráticas.	
NOME:	DATA:
UNIDADE ESCOLAR:	

NÚMERO DE OURO

O número de ouro, também conhecida como razão áurea, é identificada pela letra grega φ(lê-se Fi), em homenagem ao escultor Phideas (Fídias), que é a teria utilizado para conceber o Parthenon, e com o valor arredondado a três casas decimais de 1,618.

Para determinarmos algebricamente essa razão, vamos, primeiramente, tomar um segmento AB de medida 1 e um ponto C entre A e B dividindo o segmento AB na média e extrema razão. Ficou um pouco confuso? Observe o desenho e perceba que não é assim tão difícil.



Chamando de x a medida do segmento maior, AC, o valor da medida do segmento CB será 1 – x. De acordo com a definição de extrema razão, temos que:

$$\frac{1-x}{x}=\frac{x}{1}$$

Aplicando a propriedade das proporções, chegamos a uma equação na incógnita x cuja solução, nesse caso, será conhecida como número de ouro.

$$\frac{1-x}{x}=\frac{x}{1}$$

$$x^2=1-x$$

$$x^2+x-1=0$$

Portanto, o número de ouro será a solução de uma equação. Estudaremos o processo para o reconhecimento e resolução de equações como essa.

Equação do 2º grau

Um polinômio da forma $P(x)=ax^2+bx+c$ é dito polinômio do 2º grau de uma variável $\boldsymbol{x}$, com $\boldsymbol{a}$ diferente de zero. Chamamos de equação do 2º grau ou equação quadrática na incógnita $\boldsymbol{x}$ a igualdade entre esse polinômio e o número zero.

$$ax^2+bx+c=0, com\ a,b,c\ \in\ \mathbb{R}\ e\ a\neq 0.$$

Uma equação do 2º grau na forma $ax^2+bx+c=0$ é uma equação reduzida ou geral.

Elementos da equação

Considere a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$.

Incógnita: **x** Coeficientes: **a, b** e **c** Termo independente: o coeficiente **c**

Exemplos:

- $3x^2 + 5x - 6 = 0 \quad \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \\ c = -6 \end{cases}$

- $-x^2 + 7x - 2 = 0 \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 7 \\ c = -2 \end{cases}$

Equações completas e incompletas

Uma equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$ é denominada:

Completa, quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$, ou seja, todos os coeficientes da equação são diferentes de zero.

Exemplo:

$9x^2 - 3x + 2 = 0$ é uma equação completa, pois $a = 9, b = -3\ e\ c = 2$.

Incompleta, quando $b = 0\ e/ou\ c = 2$.

Exemplos:

a) $x^2 + 6x = 0$ é uma equação incompleta, pois $a = 1, b = 6\ e\ c = 0$.

b) $-x^2 + 4 = 0$ é uma equação incompleta, pois $a = -1, b = 0\ e\ c = 4$.

c) $7x^2 = 0$ é uma equação incompleta, pois $a = 7, b = 0\ e\ c = 0$.

Raiz e/ou solução de uma equação

Os elementos do conjunto solução de uma equação são chamados **raízes da equação**. Para verificar se um número é raiz de uma equação, devemos fazer o seguinte processo:

1. Substituir a incógnita por esse número.
2. Determinar o valor de cada membro da equação.
3. Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Na equação $x^2 - 6x + 5 = 0$, os valores 1 e 5 são raízes da equação. Vamos verificar essa afirmação utilizando os três passos descritos anteriormente.

Vamos verificar para o número 1.

1. Substituir a incógnita por esse número.

$$(1)^2 - 6 \cdot (1) + 5 = 0$$

2. Determinar o valor de cada membro da equação.

$$(1)^2 - 6 \cdot (1) + 5 = 0$$
$$1 - 6 + 5 = 0$$
$$-5 + 5 = 0$$
$$0 = 0\ (verdadeira)$$

3. Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Portanto o número 1 é raiz da equação.

Vamos verificar para o número 5.

1. Substituir a incógnita por esse número.

$$(5)^2 - 6 \cdot (5) + 5 = 0$$

2. Determinar o valor de cada membro da equação.

$$(5)^2 - 6 \cdot (5) + 5 = 0$$
$$25 - 30 + 5 = 0$$
$$-5 + 5 = 0$$
$$0 = 0\ (verdadeira)$$

3. Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Portanto o número 5 é raiz da equação.

Logo o conjunto solução é dado por $S = \{1, 5\}$

Fórmula de Bhaskara

Essa fórmula é muito famosa e por mais que ela receba o nome desse matemático, ele não a desenvolveu e sim um conjunto de matemáticos brilhantes ao longo da História. Vamos conhecer essa fórmula, tão famosa?

Fórmula de Bhaskara

Discriminante

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\boxed{b^2 - 4ac}}}{2a}$$

O número $b^2 - 4ac$ é denominado discriminante e é simbolizado pela letra grega Δ $(lê - se\ delta)$. A Fórmula de Bhaskara pode também ser escrita como $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ e as raízes da equação como $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$,

$com\ \Delta = b^2 - 4ac$. Fique tranquilo, a resolução desse tipo de equação é muito fácil.

Exemplo: Resolver a equação $x^2 - 6x + 5 = 0$ utilizando a Fórmula de Bhaskara.

1º passo: Identificar os coeficientes da equação

$$a = 1, b = -6\ e\ c = 5$$

2º passo: Calcular o discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (5)$$
$$\Delta = 36 - 20$$
$$\Delta = 16$$

3º passo: Substituir na Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (1)}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{6 + 4}{2} \longrightarrow x_1 = \frac{10}{2} \longrightarrow x_1 = 5$$

$$x_2 = \frac{6 - 4}{2} \longrightarrow x_2 = \frac{2}{2} \longrightarrow x_2 = 1$$

Exemplo: O nível de óleo em um reservatório varia com o tempo ***t***, contado em horas, conforme a fórmula $N = -t^2 + 5t + 6$. Calcular o tempo, em horas, em que o nível do óleo desse reservatório chegará a zero.

Resolução: Perceba que o nível será zero, quando N = 0, ou seja, $-t^2 + 5t + 6 = 0$. Temos que resolver a equação dada. Utilizaremos a Fórmula de Bhaskara e seguiremos os passos do exemplo anterior.

1º passo: Identificar os coeficientes da equação

$a = -1 \qquad b = 5 \qquad c = 6$

2º passo: Calcular o discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (5)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (6)$$
$$\Delta = 25 + 24$$
$$\Delta = 49$$

3º passo: Substituir na Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{-2}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{-2} \longrightarrow x_1 = \frac{2}{-2} \longrightarrow x_1 = -1$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{-2} \longrightarrow x_2 = \frac{-12}{-2} \longrightarrow x_2 = 6$$

Como o tempo não pode ser negativo, temos que t = 6 horas.

No exemplo que acabamos de resolver, o nível ***N*** de óleo no reservatório depende do tempo ***t***, ou seja, ***N*** depende de ***t.*** Nesta situação dizemos que a variável ***N*** está em função da variável ***t.*** Essa é uma função polinomial do 2º grau, ou simplesmente, função quadrática.

Exemplo. Sabendo que o número de ouro é a solução **positiva** da equação $x^2 + x - 1 = 0$. O seu valor é igual a

(A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(C) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

(D) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

(E) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

1º passo: Identificar os coeficientes da equação

$a = 1, \quad b = 1 \quad e \quad c = -1$

2º passo: Calcular o discriminante (Δ)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$
$$\Delta = (1)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-1)$$
$$\Delta = 1 + 4$$
$$\Delta = 5$$

Portanto a alternativa correta é a letra C

3º passo: Substituir na Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{5}}{2 \cdot (1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad e \quad x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Resolva as atividades a seguir em seu caderno.

01. Identifique os coeficientes a, b e c, nessa ordem, de cada equação e associe as colunas I e II

I	II
(a) $x^2 + 2x - 1 = 0$	( ) -1, 7 e 5
(b) $3x^2 + 3x + 3 = 0$	( ) 1, 1 e 1
(c) $-x^2 + 7x + 5 = 0$	( ) 3, 3 e 3
(d) $5x^2 + 7x - 1 = 0$	( ) 1, 2 e - 1
(e) $x^2 + x + 1 = 0$	( ) 5, 7 e - 1

02. Observe a equação $t^2 - 5t + 4 = 0$. Marque a alternativa que indica suas soluções.
(A) S = {- 4, -1}
(B) S = {1, 4}
(C) S = {1, 3}
(D) S = {4, 5}
(E) S = {1, 5}

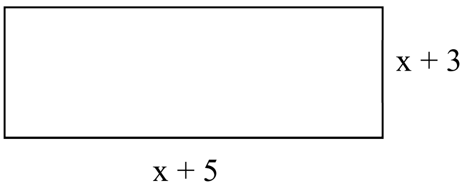
03. O nível de óleo em um reservatório varia com o tempo ***t***, contado em horas, conforme a fórmula $N = -t^2 + 7t + 18$. Calcular o tempo, em horas, em que o nível do óleo desse reservatório chegará a zero.

04. As duas soluções de uma equação do 2° grau são – 3 e 1. Então a equação é:
a) $x^2 + 2x - 3 = 0$
b) $x^2 - 2x + 1 = 0$
c) $x^2 + x - 6 = 0$
d) $x^2 + 2x - 1 = 0$
e) $x^2 - 3x + 2 = 0$

05. Resolva a equação do 2° grau $2x^2 + x - 3 = 0$.

06. Determine a maior raiz da equação $-2x^2 + 3x + 5 = 0$.

07. A figura a seguir representa a vista superior de um apartamento no formato retangular. A área é 63 m^2.



Observando a figura descrita acima, determine uma equação tendo por base a área da região retangular e em seguida calcule as dimensões do apartamento.

08. Sobre interpretação e resolução de uma equação do 2º grau.

A figura acima é uma placa de argila 13901, guardada no Museu Britânico, em Londres, Inglaterra. O primeiro problema dessa placa, registrado em escrita cuneiforme, corresponde a seguinte situação:

Quanto mede o lado de uma região quadrada se a área dessa região menos o dobro da medida do lado é igual a 80 m^2.

Descreva algebricamente a situação acima e resolva a equação encontrada.