|  |  |
| --- | --- |
| **MATEMÁTICA – 9º ANO** |  |
| 3ª SEMANA - 2º CORTE |
| Tema / Conhecimento: Funções: representações numérica, algébrica e gráfica: Função do 2° Grau / Função do 1° Grau: gráfico/Função do 2° Grau: gráfico /Cálculo de máximos ou de mínimos |
| Habilidades: (EF09MA06-E) Aplicar a fórmula de Bháskara para resolver equações do 2° grau associadas às funções quadráticas.  |
| NOME: | DATA:  |
| UNIDADE ESCOLAR: |

 **NÚMERO DE OURO**

O número de ouro, também conhecida como razão áurea, é identificada pela letra grega $φ$(lê-se Fi), em homenagem ao escultor [Phideas](https://pt.wikipedia.org/wiki/F%C3%ADdias%22%20%5Co%20%22F%C3%ADdias) (Fídias), que é a teria utilizado para conceber o [Parthenon](https://pt.wikipedia.org/wiki/Parthenon), e com o valor [arredondado](https://pt.wikipedia.org/wiki/Arredondamento) a três casas decimais de 1,618.

Para determinarmos algebricamente essa razão, vamos, primeiramente, tomar um segmento AB de medida 1 e um ponto C entre A e B dividindo o segmento AB na média e extrema razão. Ficou um pouco confuso? Observe o desenho e perceba que não é assim tão difícil.



Chamando de x a medida do segmento maior, AC, o valor da medida do segmento CB será 1 – x. De acordo com a definição de extrema razão, temos que:



Aplicando a propriedade das proporções, chegamos a uma equação na incógnita x cuja solução, nesse caso, será conhecida como número de ouro.



Portanto, o número de ouro será a solução de uma equação. Estudaremos o processo para o reconhecimento e resolução de equações como essa.

**Equação do 2º grau**

Um polinômio da forma $P\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$ é dito polinômio do 2º grau de uma variável ***x***, com ***a*** diferente de zero. Chamamos de equação do 2º grau ou equação quadrática na incógnita ***x*** a igualdade entre esse polinômio e o número zero.

$$ax^{2}+bx+c=0, com a, b, c \in R e a\ne 0.$$

Uma equação do 2º grau na forma $ax^{2}+bx+c=0$ é uma equação reduzida ou geral.

**Elementos da equação**

Considere a equação do 2º grau $ax^{2}+bx+c=0$, com $a\ne 0$.

Incógnita: **x** Coeficientes: **a, b** e **c** Termo independente: o coeficiente **c**

Exemplos:

**Equações completas e incompletas**

Uma equação do 2º grau $ax^{2}+bx+c=0$, com $a\ne 0$ é denominada:

**Completa,** quando $b\ne 0$ e $c\ne 0$, ou seja, todos os coeficientes da equação são diferentes de zero.

Exemplo:

$9x^{2}-3x+2=0$ é uma equação completa, pois $a=9, b=-3 e c=2$.

**Incompleta**, quando $ b=0 e/ou c=2$.

Exemplos:

1. $x^{2}+6x=0$ é uma equação incompleta, pois $a=1, b=6 e c=0$.
2. $-x^{2}+4=0$ é uma equação incompleta, pois $a=-1, b=0 e c=4$.
3. $7x^{2}=0$ é uma equação incompleta, pois $a=7, b=0 e c=0$.

**Raiz e/ou solução de uma equação**

Os elementos do conjunto solução de uma equação são chamados **raízes da equação**. Para verificar se um número é raiz de uma equação, devemos fazer o seguinte processo:

1. Substituir a incógnita por esse número.
2. Determinar o valor de cada membro da equação.
3. Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Na equação $x^{2}-6x+5=0$, os valores 1 e 5 são raízes da equação. Vamos verificar essa afirmação utilizando os três passos descritos anteriormente.

**Vamos verificar para o número 1.**

1. Substituir a incógnita por esse número.

$$\left(1\right)^{2}-6∙\left(1\right)+5=0$$

1. Determinar o valor de cada membro da equação.

$$\left(1\right)^{2}-6∙\left(1\right)+5=0$$

$$1-6+5=0$$

$$-5+5=0$$

$$0=0 (verdadeira)$$

1. Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Portanto o número 1 é raiz da equação.

Vamos verificar para o número 5.

1. Substituir a incógnita por esse número.

$$\left(5\right)^{2}-6∙\left(5\right)+5=0$$

1. Determinar o valor de cada membro da equação.

$$\left(5\right)^{2}-6∙\left(5\right)+5=0$$

$$25-30+5=0$$

$$-5+5=0$$

$$0=0 (verdadeira)$$

1. Verificar a igualdade. Sendo uma sentença verdadeira, o número considerado é raiz da equação.

Portanto o número 5 é raiz da equação.

Logo o conjunto solução é dado por $S=\left\{1, 5\right\}$

**Fórmula de Bhaskara**

Essa fórmula é muito famosa e por mais que ela receba o nome desse matemático, ele não a desenvolveu e sim um conjunto de matemáticos brilhantes ao longo da História. Vamos conhecer essa fórmula, tão famosa?



O número $b^{2}-4ac$ é denominado discriminante e é simbolizado pela letra grega $∆ (lê-se delta)$. A Fórmula de Bhaskara pode também ser escrita como $x=\frac{-b \pm \sqrt{∆}}{2a}$ e as raízes da equação como $x\_{1}=\frac{- b + \sqrt{∆}}{2a}$ e $x\_{2}=\frac{- b - \sqrt{∆}}{2a}, $

$com ∆ = b^{2}-4ac$. Fique tranquilo, a resolução desse tipo de equação é muito fácil.

**Exemplo:** Resolver a equação $x^{2}-6x+5=0$ utilizando a Fórmula de Bhaskara.

1º passo: Identificar os coeficientes da equação

$$a = 1, b = - 6 e c = 5$$

2º passo: Calcular o discriminante $\left(∆\right)$

$$∆=b^{2}-4ac$$

$$∆=\left(-6\right)^{2}-4∙\left(1\right)∙\left(5\right)$$

$$∆=36-20$$

$$∆=16$$

$$Digite a equação aqui.$$

3º passo: Substituir na Fórmula de Bhaskara.



**Exemplo:** O nível de óleo em um reservatório varia com o tempo ***t***, contado em horas, conforme a fórmula $N = -t^{2}+5t+6$. Calcular o tempo, em horas, em que o nível do óleo desse reservatório chegará a zero.

**Resolução:** Perceba que o nível será zero, quando N = 0, ou seja, $-t^{2}+5t+6=0$. Temos que resolver a equação dada. Utilizaremos a Fórmula de Bhaskara e seguiremos os passos do exemplo anterior.

1º passo: Identificar os coeficientes da equação

$$ a= -1 b=5 c=6$$

2º passo: Calcular o discriminante $\left(∆\right)$

$$∆=b^{2}-4ac$$

$$∆=\left(5\right)^{2}-4∙\left(-1\right)∙\left(6\right)$$

$$∆=25+24$$

$$∆=49$$

$$Digite a equação aqui.$$

3º passo: Substituir na Fórmula de Bhaskara.



Como o tempo não pode ser negativo, temos que t = 6 horas.

No exemplo que acabamos de resolver, o nível ***N*** de óleo no reservatório depende do tempo ***t***, ou seja, ***N*** depende de ***t.*** Nesta situação dizemos que a variável ***N*** está em função da variável ***t.*** Essa é uma função polinomial do 2º grau, ou simplesmente, função quadrática.

**Exemplo.** Sabendo que o número de ouro é a solução **positiva** da equação $x^{2}+x-1=0$. O seu valor é igual a

(A) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

 (B) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

(C) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

(D) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$

(E) $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

3º passo: Substituir na Fórmula de Bhaskara.

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{∆}}{2a} $$

$$x=\frac{-\left(1\right) \pm \sqrt{5}}{2∙\left(1\right)}$$

$$x=\frac{-1\pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x\_{1}=\frac{-1+ \sqrt{5}}{2} e x\_{2}=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$$

1º passo: Identificar os coeficientes da equação

$$a = 1, b = 1 e c = - 1$$

2º passo: Calcular o discriminante $\left(∆\right)$

$$∆=b^{2}-4ac$$

$$∆=\left(1\right)^{2}-4∙\left(1\right)∙\left(-1\right)$$

$$∆=1+4$$

$$∆=5$$

***Portanto a alternativa correta é a letra C***

**Resolva as atividades a seguir em seu caderno.**

01. Identifique os coeficientes a, b e c, nessa ordem, de cada equação e associe as colunas I e II

02. Observe a equação $t^{2}-5t+4=0. $Marque a alternativa que indica suas soluções.

(A) S = {- 4, -1}

(B) S = {1, 4}

(C) S = {1, 3}

(D) S = {4, 5}

(E) S = {1, 5}

03. O nível de óleo em um reservatório varia com o tempo ***t***, contado em horas, conforme a fórmula $N = -t^{2}+7t+18$. Calcular o tempo, em horas, em que o nível do óleo desse reservatório chegará a zero.

04. As duas soluções de uma equação do 2° grau são – 3 e 1. Então a equação é:

a) x² +2 x – 3 = 0

b) x² – 2x + 1 = 0

c) x² + x – 6 = 0

d) x² + 2x – 1 = 0

e) x² –3 x + 2 = 0

05. Resolva a equação do 2° grau **2x² + x – 3 = 0.**

06. Determine a maior raiz da equação – 2x² + 3x + 5 = 0.

07. A figura a seguir representa a vista superior de um apartamento no formato retangular. A área é 63 m2.

x + 5

x + 3

Observando a figura descrita acima, determine uma equação tendo por base a área da região retangular e em seguida calcule as dimensões do apartamento.

08. Sobre interpretação e resolução de uma equação do 2º grau.

A figura acima é uma placa de argila 13901, guardada no Museu Britânico, em Londres, Inglaterra. O primeiro problema dessa placa, registrado em escrita cuneiforme, corresponde a seguinte situação:

***Quanto mede o lado de uma região quadrada se a área dessa***

***região menos o dobro da medida do lado é igual a 80 m2.***

Descreva algebricamente a situação acima e resolva a equação encontrada.

Respostas:

01. (c) (e) (b) (a) (d)

02. B

03. 9 horas

04. A

05. S = {- 3/2 e 1}

06. 2,5

07. $x^{2}+8x+15=63⟶x^{2}+8x+15-63=0⟶ x^{2}+8x-48$ e 9 metros e 7 metros

08. $x^{2}-2x=80⟶x^{2}-2x-80=0$ e x = 10 metros.