Secretaria de Estado da Educação

Somos todos GOIÁS
GOVERNO DO ESTADO

Nome:		Data: ___/___/2020	
Unidade Escolar:		Ano: 9º	
Componente Curricular: Matemática			
Tema / Conhecimento: Potências com expoentes negativos e fracionários: Propriedades operatórias dos radicais/Racionalização de denominadores/Números reais			
Habilidades: (EF09MA03-A) Efetuar cálculos com radicais usando propriedades operatórias, inclusive racionalização de denominadores, em resolução de problemas diversos.			

Radiciação

Radiciação é a operação que realizamos quando queremos descobrir qual o número que multiplicado por ele mesmo, uma determinada quantidades de vezes, dá um valor que conhecemos.

Exemplo

Qual é o número que multiplicado por ele mesmo 3 vezes dá como resultado 125?

Por tentativa podemos descobrir que:

5 x 5 x 5 = 125

Logo, o 5 é o número que estamos procurando.

Definição

Seja ***a*** um número real não negativo e ***n*** um número natural, com $n \geq 1$, chamamos de raiz enésima de ***a*** se, e somente se, o número real ***x***, não negativo, elevado ao expoente ***n***, resulta em ***a***, tal que $x^n = a$. Vamos entender um pouco melhor essa definição. Para representarmos radicais utilizamos o símbolo $\sqrt{\ }$, chamado de radical. Onde ***n*** é o índice da raiz, ***a*** é o radicando e ***b*** a raiz. Leia-se: raiz *enésima* de ***a*** é igual a ***b***.

índice

$$\sqrt[n]{a} = b$$

radicando

Vamos fazer alguns exemplos.

$\sqrt[3]{27} = 3, pois\ 3^3 = 27$

Leia-se: a raiz cúbica de 27 é igual a 3

$\sqrt{16} = 4, pois\ 4^2 = 16$

Leia-se: a raiz quadrada de 16 é igual a 4

$\sqrt[3]{8} = 2, pois\ 2^3 = 8$

Leia-se: a raiz cúbica de 8 é igual a 2

$\sqrt[4]{81} = 3, pois\ 3^4 = 81$

Leia-se: a raiz quarta de 81 é igual a 3

Relação entre potência e raiz

Toda potência de base positiva e expoente racional é uma raiz, descrita da seguinte forma:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

O denominador ***n*** é o índice da raiz e o numerador ***m*** é o expoente do radicando.

Propriedades

I. $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1, com\ \boldsymbol{n}\ inteiro\ e\ diferente\ de\ zero.$

Exemplos:

- $\sqrt{18^2} = 18$
- $\sqrt[5]{x^5} = x, com\ x \geq 0$

II. $\sqrt[n:p]{a^{m:p}}$

Exemplos:

- $\sqrt[4]{5^6} = \sqrt[4:2]{5^{6:2}} = \sqrt{5^3}$
- $\sqrt[6]{8^{12}} = \sqrt[6:6]{8^{12:6}} = 8^2$

III. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Exemplo:

$\sqrt{36} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2 \cdot 3 = 6$

IV. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3}$$

V. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

Exemplo:

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{4}} = \sqrt[3 \cdot 2]{4} = \sqrt[6]{4}$$

Simplificação de radicais.

Quando dizemos que um número está na forma simplificada, queremos mostrar que há uma maneira mais simples, de interpretá-lo.

As raízes exatas já são representadas de uma forma simples. Vamos ver esse processo de simplificação por meio de exemplos.

- $\sqrt{225} = \sqrt{\underbrace{\boxed{3^2 \cdot 5^2}}_{\text{Decomposição em fatores primos}}} \overset{\text{Propriedade III}}{=} \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} \underset{\text{Propriedade II}}{=} 3 \cdot 5 = 15$
- $\sqrt{45} = \sqrt{\underbrace{\boxed{3^2 \cdot 5}}_{\text{Decomposição em fatores primos}}} \overset{\text{Propriedade III}}{=} \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5} \underset{\text{Propriedade II}}{=} 3 \cdot \sqrt{5}$

Operações com radicais

Vamos estudar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com radicais a relação entre potenciação e radiciação.

Adição e subtração com radicais

Utilizaremos o mesmo conceito de soma algébrica de polinômios, colocando a parte literal(raiz) em evidência e somando os coeficientes.

Exemplos

a. $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = (3 + 5 - 4)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

b. $3\sqrt{5} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{2} = (3 - 4)\sqrt{5} + (5 + 6)\sqrt{2} = -1\sqrt{5} + 11\sqrt{2}$

Observe o seguinte exemplo.

$-3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$

Aparentemente, as raízes não são semelhantes. Contudo, algumas raízes podem ser escritas de forma simplificada.

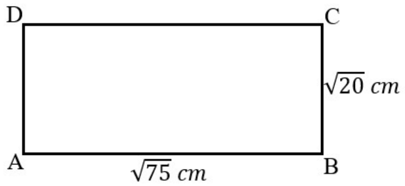
$-3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18} = -3\sqrt{2} + \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2} = -3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

Aplicação. Carlos estava estudando o conceito de perímetro de uma figura plana. Ele estava resolvendo alguns exercícios, entre eles estava o seguinte

"Calcule o perímetro de um retângulo ABCD de $\sqrt{75}\ cm$ de comprimento e $\sqrt{20}\ cm$ de largura. "

Como Carlos resolveu esse problema?

Vamos desenhar o problema e identificar as informações no desenho.



Perceba que o lado AB = CD = $\sqrt{75}\ cm$ e BC = AD = $\sqrt{20}\ cm$. Note também que $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$ e $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$. Para calcular o perímetro, devemos somar todos os lados do retângulo.

$Perímetro = AB + BC + CD + DA = 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 14\sqrt{5}\ cm$

Multiplicação e divisão com radicais

A multiplicação das raízes de mesmo índice é igual à raiz do produto, nesse indica.

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

Exemplos

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$

b) $2\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{5} = 2\sqrt[3]{4 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{20}$

c) $4 \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{12 \cdot 3} = 4 \cdot \sqrt{36} = 4 \cdot 6 = 24$

A divisão das raízes de mesmo índice é igual à raiz do quociente, nesse indica.

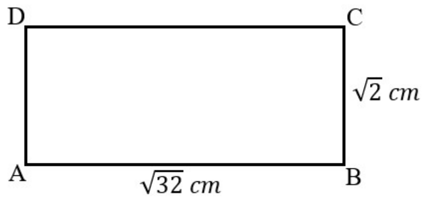
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Aplicação. Carlos estava estudando o conceito de perímetro de uma figura plana. Ele estava resolvendo alguns exercícios, entre eles estava o seguinte

"Calcule a área de um retângulo ABCD de $\sqrt{32}\ cm$ de comprimento e $\sqrt{2}\ cm$ de largura."

Vamos desenhar o problema e identificar as informações no desenho.

A área de um retângulo é dada por:



$Área\ =\ comprimento \cdot largura$

Calculando a área do retângulo ABCD

$Área\ =\ comprimento \cdot largura$

$Área\ =\ \sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$

$Área\ =\ \sqrt{64}$

$Área\ =\ 8\ cm^2$

Para saber mais sobre esse assunto, assista, se possível, ao vídeo: https://youtu.be/QmIjZgKhAEo

Resolva as atividades a seguir no seu caderno.

01. Associe os valores da coluna (I), com suas respectivas raízes na coluna (II)

(I)	(I I)
$a)\ \sqrt{25}$	( ) 6
$b)\ \sqrt{64}$	( ) 5
$c)\sqrt[3]{64}$	( ) 10
$d)\ \sqrt[3]{216}$	( ) 2
$e)\sqrt{100}$	( ) 4
$f)\sqrt[4]{32}$	( ) 8

02. Indique se a sentença é verdadeira ou falsa

a) ( ) $\sqrt{10} = 5^{\frac{1}{2}}$
b) ( ) $\sqrt{100} = 10$
c) ( ) $\sqrt{25} = 5$
d) ( ) $\sqrt{40} = 2 \cdot \sqrt{10}$
e) ( ) $\sqrt{50} = 25$
f) ( ) $\sqrt{\sqrt[3]{64}} = 2$

03. Simplifique, utilizando as propriedades dos radicais

a) $\sqrt{5^2}$
b) $\sqrt[3]{6^3}$
c) $\sqrt{2^6}$
d) $\sqrt{4^{-8}}$
e) $\sqrt[5]{7^{10}}$

04. Simplificando-se $2\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$ obtém-se:

a) ( ) 0
b) ( ) $-2\sqrt{3}$
c) ( ) $-4\sqrt{3}$

d) ( ) $-6\sqrt{3}$

05. Encontre o valor de x para a expressão: $\sqrt{8} + \sqrt{64} - 5\sqrt{2} = x$

06. Simplifique a expressão a seguir:

$\sqrt{\sqrt[3]{8} - \sqrt{25} + \sqrt{\sqrt{625}}} \Rightarrow$

07. Calcule o perímetro de um retângulo ABCD de $\sqrt{108}\ cm$ de comprimento e $\sqrt{27}\ cm$ de largura.

08. Calcule a área de um retângulo ABCD de $\sqrt{50}\ cm$ de comprimento e $\sqrt{8}\ cm$ de largura.