

Tema/ Conhecimento: Álgebra/ Variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas

Habilidades: Habilidades: (EF07MA17-A) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, para calcular a quantidade de um produto ao valor a pagar, alterar as quantidades de ingredientes de receitas, ampliar ou reduzir escala em mapas, entre outros.; (EF07MA17-B) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

NOME:

DATA:

UNIDADE ESCOLAR:

PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA ENTRE DUAS GRANDEZAS

Definimos por grandeza tudo aquilo que pode ser contado e medido, como o tempo, a velocidade, comprimento, preço, idade, temperatura entre outros. As grandezas são classificadas em: diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

Grandezas **diretamente proporcionais** são aquelas grandezas onde a variação de uma provoca a variação da outra numa mesma razão. Se uma dobra a outra dobra, se uma triplica a outra triplica, se uma é dividida em duas partes iguais a outra também é dividida à metade.

Antes de chegar à definição de proporcionalidade direta é necessário saber alguns conceitos.

- Razão** entre duas grandezas **a** e **b** é a relação que existe entre elas e representa-se por (razão de **a** para **b**). Os números **a** e **b** são termos da razão, **a** é o antecedente e **b** o conseqüente.
- Equivalência de razões:** obtém-se uma razão equivalente a uma razão dada, multiplicando ou dividindo ambos os termos da razão dada por um número diferente de zero. Veja uma relação de equivalência: $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. Veja: ao multiplicar o numerador e denominador por **2** temos: $\frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$.
- Proporção** é uma igualdade entre duas razões. Em qualquer proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Na proporção $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ onde **3** e **10** são os extremos e **5** e **6** são os meios. Então **3x10 = 5x6**, logo temos que: **30 = 30**.
- Regra de Três** é um método prático para resolver problemas que envolvem duas grandezas direta ou inversamente proporcionais.

Veja alguns passos para você seguir ao se deparar com um problema de proporcionalidade direta ou inversa.

- Construa uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.
- Identifique se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.
- Monte a proporção e resolva a equação.

EXEMPLO 1

A Maria foi ao mercado fazer compras e comprou batatas que estavam em promoção, como mostra a figura.



Disponível em: <https://tinyurl.com/ybt36gyu>. Acesso em 16 maio de 2020. (Adaptado)

Quanto ela pagaria por **12 kg** de batatas?

Resolução:

1) Construção da tabela

Massa (Peso)	Preço
6	9
12	x

Se 6 kg custa, R\$ 9,00, aumentando a quantidade, vai aumentar, também o valor a ser pago. Logo, as grandezas são diretamente proporcionais.

Massa	Preço
6 ↓	9 ↓
12 ↓	x ↓

2) Resolução da equação;

Vamos aplicar a regra de proporção (regra de três).

Quando as grandezas são diretamente proporcionais, basta fazer a “multiplicação cruzada” $\Rightarrow 6 \cdot x = 12 \cdot 9$

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{12}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 12 \cdot 9 \rightarrow x = \frac{12 \cdot 9}{6} = \frac{108}{6} = 18.$$

Portanto Maria pagaria **R\$ 18,00** por 12 kg de batatas.

Dadas as grandezas **A** e **B**, dizemos que elas são **inversamente proporcionais** quando um aumento na medida da grandeza **A** faz com que a medida da grandeza **B** diminua na mesma proporção, ou vice-versa.

Duas variáveis **x** e **y** são inversamente proporcionais, se o produto entre elas for uma constante não nula ou seja duas grandezas variáveis dependentes são **inversamente proporcionais** quando a razão entre os valores da 1ª grandeza é igual ao **inverso da razão** entre os valores correspondentes da segunda.

EXEMPLO 2

Um muro foi construído por 8 operários em 30 dias. Quantos dias seriam necessários para a construção deste mesmo muro, se fossem utilizados 12 operários?

Resolução:

Para resolver esse problema, podemos usar a regra de proporção (regra de três).

Operários	Dias
8	30
12	x

Operários	Dias
8 ↑	30 ↓
12 ↑	x ↓

Observação:

Como as grandezas a serem comparadas são o número de funcionários e os dias de trabalho, se você aumentar a primeira, a segunda grandeza diminui. Então estamos lidando com grandezas inversamente proporcionais.

Uma maneira de resolver é utilizando o conceito de grandezas, que são inversamente proporcionais:

Assim: $8 \cdot 30 = 12 \cdot x \Rightarrow x = 20 \text{ dias}$

Outra forma é usar o recurso didático das flechas, como indicado acima. Se são inversamente proporcionais, as flechas são colocadas em sentido contrário.

A seguir temos uma proporção, onde manteve-se a fração onde se encontra a incógnita e inverteu-se a outra.

$$\frac{30}{x} = \frac{12}{8}$$

$$8 \cdot 20 = 12 \cdot x \Rightarrow x \cdot 20 \text{ dias}$$

Logo, serão necessários 20 dias para a construção do muro, utilizando 12 operários.

Quer saber mais sobre esse conteúdo? Se possível, assista aos vídeos:

<https://www.youtube.com/watch?v=ZiHqfMn2nQY&t=9s>

<https://www.youtube.com/watch?v=BcQjzwOliBg>

<https://www.youtube.com/watch?v=tLeLHg9DX64>

Resolva as atividades a seguir em seu caderno.

01. Verifique se as proporções a seguir são verdadeiras.

a) $\frac{10}{3} = \frac{30}{6}$

b) $\frac{15}{6} = \frac{5}{2}$

02. Determine o valor do termo representado pela incógnita nas proporções a seguir.

a) $\frac{x}{3} = \frac{24}{6}$

b) $\frac{8}{y} = \frac{50}{25}$

c) $\frac{1}{4} = \frac{7}{z}$

d) $\frac{6}{7} = \frac{w}{21}$

03. Em uma maquete de um condomínio, um de seus prédios de 80 metros de altura está com apenas 48 centímetros. A altura de um outro prédio de 110 metros nessa maquete, mantidas as devidas proporções, em centímetros, será de:

- (A) 56
- (B) 60
- (C) 66
- (D) 72

04. Uma fábrica mantém jornadas de trabalho de 6 horas para seus funcionários e, com essa jornada, a produção mensal é de 160 produtos. Quantas horas diárias serão necessárias para elevar a produção para 240 produtos?

- (A) 2 horas
- (B) 4 horas
- (C) 5 horas
- (D) 9 horas

05. De acordo com o Censo realizado no Brasil em 2010, havia cerca de 48 homens para 50 mulheres. Sabendo-se que, ainda segundo essa pesquisa, havia aproximadamente 93,4 milhões de homens no Brasil, então o número de mulheres no Brasil, em 2010, era aproximadamente, em milhões:

- (A) 87
- (B) 89
- (C) 95
- (D) 97

06. Paulo Ricardo caminha 80 metros em 5 minutos. mantendo a velocidade, em 35 minutos terá percorrido:

- (A) 500 metros.
- (B) 520 metros.
- (C) 560 metros.
- (D) 580 metros.

07. Uma turma de 30 alunos quer comprar um presente para a professora de matemática no valor de R\$ 120,00. Inicialmente não foram todos os alunos que concordaram em presentear a professora. Pergunta-se:

a) Se apenas 3 alunos participarem da vaquinha, quanto cada um deverá dar para comprar o presente?

reais

b) E se forem apenas 4?

reais

c) E se forem apenas 6?

reais

d) E se forem apenas 8?

reais

08. Um veículo com velocidade de 50 km/h faz um percurso em 4 horas. Qual seria a velocidade necessária para que esse veículo fizesse esse mesmo percurso em 2 horas?

09. Para encher um tanque são necessários 60 galões de 6 litros cada um. Se forem usados galões de 2 litros cada um, quantos serão necessários para encher esse tanque?