

Tema/ Conhecimento: Álgebra/ Equações de 1º grau com duas incógnitas

Habilidades: (EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso; (EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo  $ax^2 = b$ .

NOME:

DATA:

UNIDADE ESCOLAR:

## EQUAÇÕES DE 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Como esse estudo será voltado para sistemas de equações lineares, então, vamos entender primeiramente o conceito de uma equação linear.

Uma equação será dita linear quando puder ser escrita dessa forma:

$$a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + \dots + a_n \cdot x_n = k$$

Em que  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  são os coeficientes da equação,  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  são as incógnitas e devem ser lineares e  $k$  é o termo independente.

As equações do 1º grau com duas incógnitas são representadas pela expressão  $ax + by = c$ , com  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  e  $c$  assumindo qualquer valor real. Nesse modelo de equação, os valores de  $x$  e  $y$  estão ligados através de uma relação de dependência.

Veja as equações a seguir conforme sua quantidade de incógnitas.

$$-2x + 1 = -8 \text{ Equação linear com uma incógnita}$$

$$5p + 2r = 5 \text{ Equação linear com duas incógnitas}$$

Para encontrarmos numa equação de 1º grau com duas incógnitas, por exemplo,  $4x + 3y = 0$ , os valores de  $x$  e de  $y$  é preciso relacionar essa equação com outra ou outras com as mesmas incógnitas. Essa relação é chamada de sistema.

### EXEMPLO

João usou apenas cédulas de R\$ 20,00 e de R\$ 5,00 para fazer um pagamento de R\$ 140,00. Quantas cédulas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 cédulas?

$x$  cédulas de 20 reais           $y$  cédulas de 5 reais

Equação do número de cédulas:  $x + y = 10$

Equação da quantidade e valor das cédulas:  $20x + 5y = 140$

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 5y = 140 \end{cases}$$

### MÉTODO DA SUBSTITUIÇÃO

O primeiro passo consiste em escolher uma das equações e isolar uma das incógnitas. Assim,

$$\begin{aligned} x + y &= 10 \\ 20x + 5y &= 140 \end{aligned}$$

No segundo passo, basta substituir, na outra equação, a incógnita isolada no primeiro passo. Logo,

$$\begin{aligned}
 20x + 5y &= 140 \\
 20(10 - y) + 5y &= 140 \\
 200 - 20y + 5y &= 140 \\
 -15y &= 140 - 200 \\
 -15y &= -60 \text{ (multiplicar por } -1) \\
 15y &= 60 \\
 y &= \frac{60}{15} \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{4}
 \end{aligned}$$

O terceiro passo, consiste em substituir o valor encontrado no segundo passo em qualquer uma das equações. Assim,

$x = 10 - 4 \rightarrow \mathbf{x = 6}$ . Como  $x$  representa o número de cédulas de R\$ 20,00 e  $y$  o número de cédulas de R\$ 5,00, temos que João gastou 6 cédulas de 20 reais e 4 cédulas de 5 reais.

### MÉTODO DA ADIÇÃO

Considere o mesmo sistema do exemplo 1.

$$\begin{cases}
 x + y = 10 & \cdot (-5) \\
 20x + 5y = 140 \\
 -5 \cdot x + (-5)y = -50 & \cdot (-5) \\
 20x + 5y = 140
 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 15x + 0y &= 90 \\
 15x &= 90 \\
 \mathbf{x} &= \frac{\mathbf{90}}{\mathbf{15}} \\
 \mathbf{x} &= \mathbf{6}
 \end{aligned}$$

E substituindo o valor de  $x$  em qualquer uma das equações temos:

$$\begin{aligned}
 x + y &= 10 \\
 6 + y &= 10 \\
 y &= 10 - 6 \\
 \mathbf{y} &= \mathbf{4}
 \end{aligned}$$

Portanto, a solução do sistema é  $\mathbf{S \{(6, 4)\}}$

LINGUAGEM TEXTUAL	LINGUAGEM MATEMÁTICA
<b>Operações de soma</b>	
Um certo número	$x$
Um dado número "x" somado a outro número qualquer	$x + n$
O dobro de um certo número	$2x$
A metade de um dado número	$\frac{x}{2}$
O dobro de um número qualquer somado com qualquer número	$2x + n$
A soma de dois números consecutivos	$x + (x + 1)$
<b>Operações de subtração</b>	
Um certo número	$x$
Um dado número "x" subtraído a outro número qualquer	$x - n$
O dobro de um certo número	$2x$

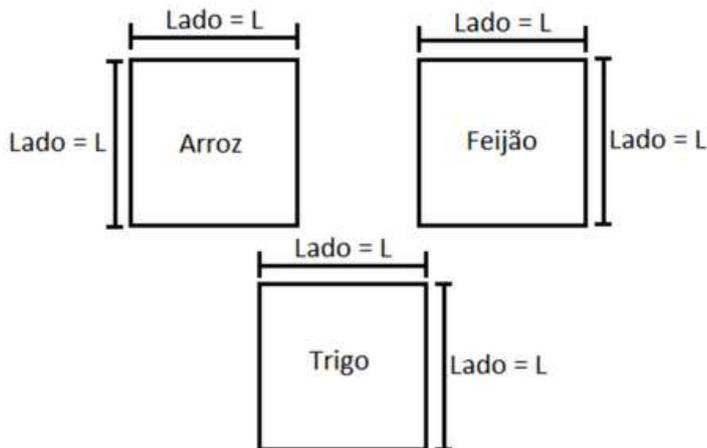
O dobro de um número menos a sua metade	$2x - x/2$
O dobro de um número qualquer subtraído com qualquer número	$2x - n$
A subtração de dois números consecutivos	$x - (x - 1)$

### Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$

#### EXEMPLO 1

Uma fazenda possuía 3 celeiros quadrados com o mesmo tamanho de lado para guardar arroz, feijão e trigo. A área total utilizada é de  $300 \text{ m}^2$ . Qual é a medida do lado do celeiro destinada para o armazenamento do arroz?

Vamos fazer um esboço da situação.



Observe que neste caso estamos considerando que a medida do lado é igual a um número  $L$  que ainda não sabemos qual é. Você pode considerar qualquer outra letra para representar esta medida.

Veja: se são quadrados de lado  $L$  metros, podemos dizer que cada um ocupa a área relativa a um quadrado de lado  $L$ , ou seja,  $L^2$  metros quadrados.

Podemos dizer, então que temos:

$$L^2 + L^2 + L^2 = 300$$

Ou seja,

$$3L^2 = 300$$

Essa é a equação que podemos utilizar para traduzir o problema para a linguagem algébrica.

Agora, observe que:

$$3 \times L^2 = 3 \times 100$$

Neste caso, concluímos que:

$$L^2 = 100$$

Por isso, estamos procurando “de onde veio esse quadrado?”, ou seja, o número 100 é o quadrado de qual número?

$$L^2 = 10^2$$

Sabendo disso, chegamos a conclusão que  $L = 10$ . Então o lado do celeiro em que o arroz é armazenado (assim como os outros celeiros) é igual a 10 metros.

Quer saber mais sobre expressões algébricas? Se possível, assista aos vídeos:

<https://www.youtube.com/watch?v=0Gh9WhBefBg>

<https://www.youtube.com/watch?v=PHbdskdzMvY> <https://www.youtube.com/watch?v=I0YRqHzoQLU>

<https://www.youtube.com/watch?v=xTdQVyQW4TU>

**Resolva as atividades a seguir em seu caderno.**

01. Observe o sistema de equações a seguir e encontre o valor de  $x$  e  $y$  e determine a solução do sistema.

$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 90 \end{cases}$$

02. Xayane resolveu, em um final de semana, 36 exercícios de matemática a mais que Yara. Sabe-se que o total de exercícios resolvidos por elas foram 90.

Dessa forma é possível afirmar que o número de questões que Xayane resolveu é igual a

(A) 63.

(B) 54.

(C) 36.

(D) 27.

03. A soma de dois números dados é 8 e a diferença entre estes mesmos números é igual a 4. Quais são os números?

04. A quantidade de pontos em um jogo de Alberto é o dobro da quantidade de pontos do Beto nesse mesmo jogo. Somando a pontuação dos dois tem-se o total de 150 pontos. Quantos pontos tem Alberto?

**Dica:** Indique a quantidade de pontos de cada um deles por uma incógnita (letra que representará um valor desconhecido)

**Alberto =  $x$**  e **Beto =  $y$**

05. Em um abrigo para animais, entre gatos e cachorros, há 300 animais. Se o número de gatos é igual a metade do número de cachorros, determine quantas são o número de gatos e quantos são o número de cachorros.

06. Em um sítio existem cavalos, e galinhas, fazendo um total de 60 cabeças e 180 pés. Quantos são os animais de duas patas e quantos são os de quatro patas?

07. Para construir 3 paredes quadradas do seu banheiro, Arya precisou de 27 azulejos de  $1 \text{ m}^2$  cada um. Qual é a medida da largura do banheiro de Arya?

(dica: utilize a equação  $3x^2 = 27$  construída a partir dessa situação problema)

08. Determine o lado de um quadrado que é face de um cubo que possui superfície total medindo  $150 \text{ cm}^2$ .

09. Uma colcha com 10 retalhos quadrangulares idênticos possui uma superfície de  $10 \text{ m}^2$ . Qual seria a medida do lado de cada retalho?

10. Um tapete possui uma área quadrada de  $5 \text{ m}^2$ . Qual é a medida aproximada do lado deste tapete?