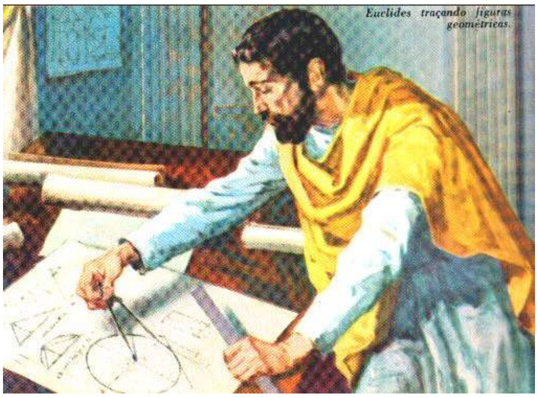
MATEMÁTICA – 8º ANO
7ª SEMANA - 2º CORTE

Tema/ Conhecimento: Geometria/Construções Geométricas de Mediatriz, Bissetriz, Ângulos e Polígonos Regulares. Grandezas e Medidas/ Volumes de Blocos Retangulares e Cilindros.

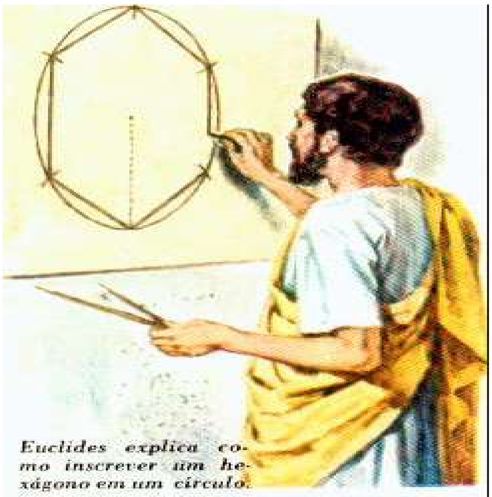
Habilidades: (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. (EF08MA16-A) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, a construção de triângulos equiláteros, quadrados e pentágonos regulares através de esquadro, régua, compasso e outros instrumentos. (EF08MA16-B) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadro, compasso, régua e outros instrumentos. (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas. (EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico, para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes. (EF08MA21-A) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular. (EF08MA21-B) Ler, interpretar, resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é de um cilindro reto.

NOME:	DATA:
UNIDADE ESCOLAR:	

Construções Geométricas: As construções geométricas utilizando régua e compasso seguem três princípios básicos. O primeiro deles é que, utilizando a régua, é sempre possível traçar uma reta, conhecendo-se dois pontos distintos. Além disso, com o compasso, é sempre possível traçar uma circunferência com centro em um ponto conhecido e que passa por um segundo ponto determinado. É também permitido obter pontos que podem ser construídos através de uma sequência de operações: intersecções de retas, intersecções de circunferências e intersecções de retas com circunferências.



Disponível em: <https://tinyurl.com/y9ry8vd7>. Acesso em: 31 de maio de 2020.



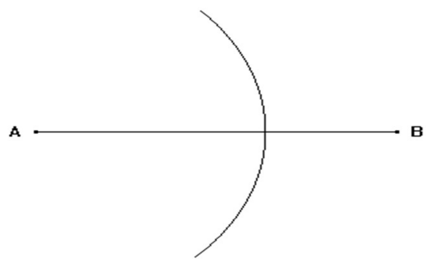
Disponível em: <https://tinyurl.com/ybe94wce>. Acesso em: 31 de maio de 2020.

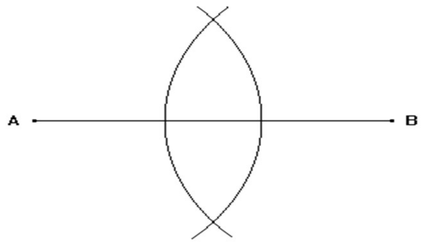
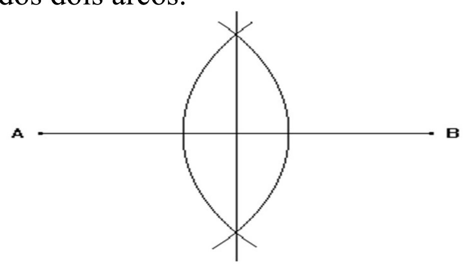
Com esses pontos obtidos, podemos traçar novas retas e novas circunferências e assim sucessivamente. A construção com estes instrumentos tem sido a marca registrada da Geometria, desde o aparecimento dos ***Elementos*** de Euclides, em torno de 300 a.C.

Construção da Mediatriz: Reta perpendicular que passa pelo ponto médio de um segmento, com régua e compasso.

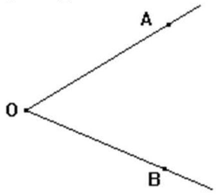
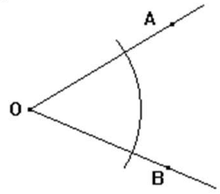
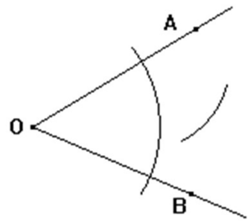
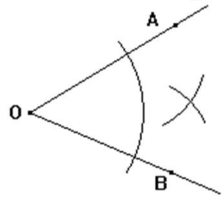
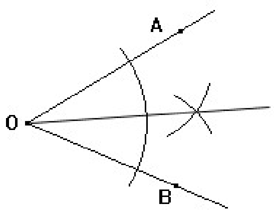
1 - Utilizando a régua trace o segmento AB.

2 - Com a ponta seca do compasso no ponto A, abra uma medida maior que a metade do segmento AB e trace um arco que corte o segmento.

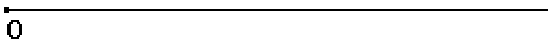
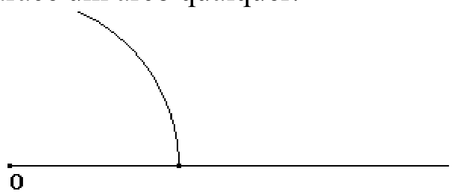


3 - Repita o processo, mas agora pelo ponto B, utilizando a mesma medida no compasso.  	4 - Trace a mediatriz unindo as intersecções dos dois arcos. 

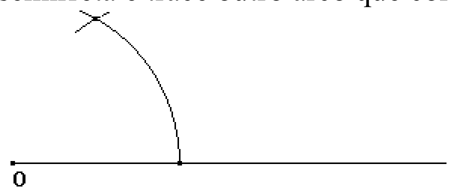
Construção da Bissetriz: Semirreta que divide o ângulo dado em dois ângulos congruentes, com régua e compasso.

1 - Utilizando a régua, construa um ângulo qualquer AÔB.  	2 - Coloque a ponta seca do compasso no vértice O, abra uma medida qualquer e construa um arco que corte os lados do ângulo AÔB. 
3 - Com a ponta seca do compasso em um dos pontos onde o arco intersectou os lados do ângulo e com a mesma abertura ou maior, trace um arco.  	4 - Repita o processo, mas agora colocando a ponta seca do compasso no ponto onde o arco intersectou o outro lado do ângulo e com a mesma abertura no compasso. 
5 - Construa a bissetriz do ângulo AÔB unindo o vértice O com a intersecção dos dois arcos.  	

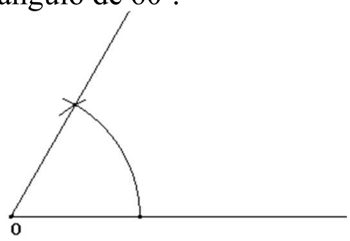
Construção dos ângulos de 30°, 45° e 60° com régua e compasso.

1 - Trace uma semirreta de origem O.  	2 - Coloque a ponta seca do compasso em O e trace um arco qualquer. 

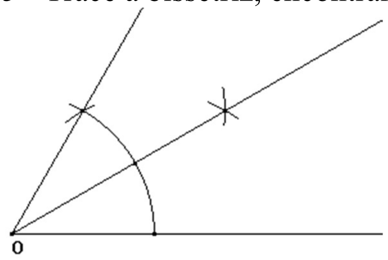
3 - Com a mesma abertura no compasso, coloque a ponta seca na intersecção do arco traçado e a semirreta e trace outro arco que corte o primeiro.



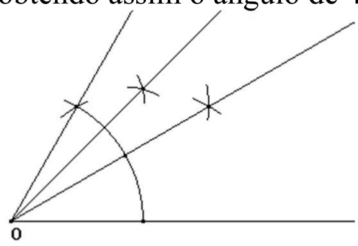
4 - Trace a semirreta de origem O que passa pela intersecção dos dois arcos, encontrando assim o ângulo de 60º.



5 - Trace a bissetriz, encontrando o ângulo de 30º.



6 - Trace a bissetriz entre o ângulo de 30º e 60º, obtendo assim o ângulo de 45º.

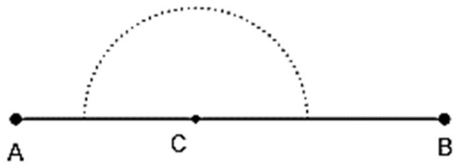


Construção do ângulo de 90° com régua e compasso.

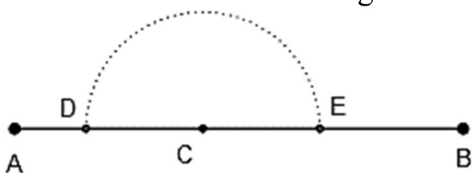
1- Trace um segmento AB.

2- Fixe um ponto C do segmento AB.

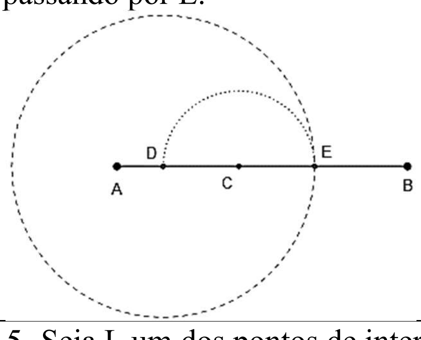
Trace uma semicircunferência qualquer com centro em C.



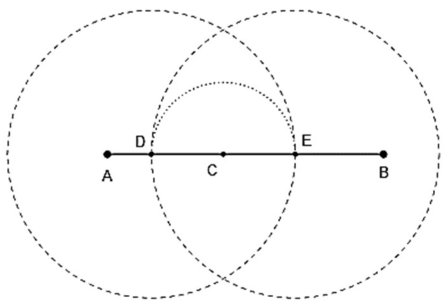
Sejam D e E os pontos de interseção da semicircunferência com o segmento AB.



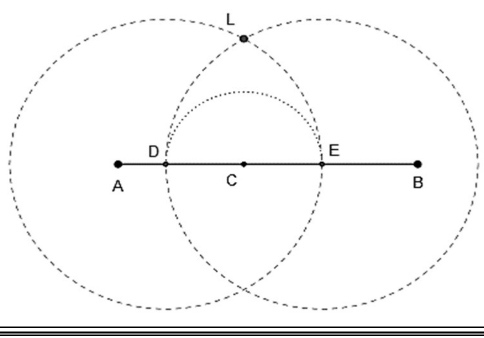
3- Trace a circunferência de centro em D, passando por E.



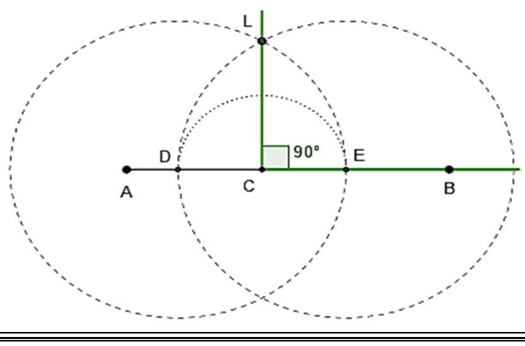
4 -Trace a circunferência de centro em E, passando por D.



5- Seja L um dos pontos de interseção das duas circunferências.

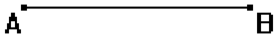


6- Considere a semirreta determinada por L e C.
O ângulo formado entre as semirretas $\overrightarrow{CL}$ e $\overrightarrow{CB}$ tem medida de 90°, ou seja, é um ângulo reto.

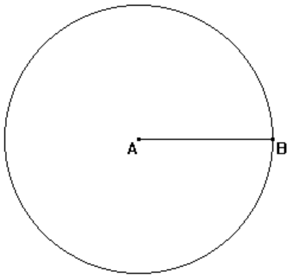


Construção do Pentágono Regular.

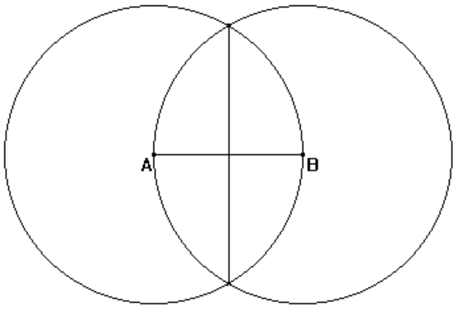
1- Construa um segmento AB.



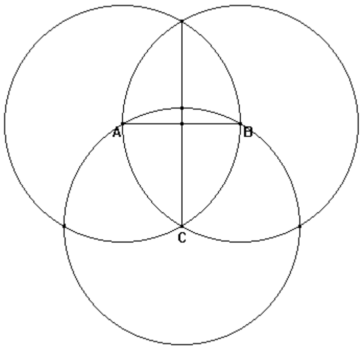
2- Com a ponta seca do compasso em A, construa uma circunferência de raio AB.



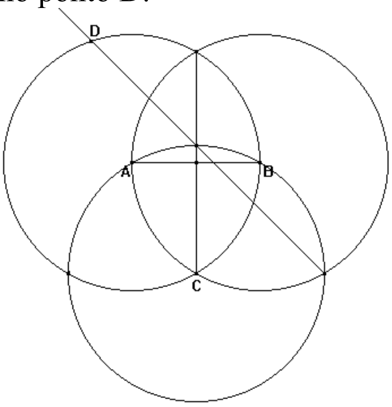
3- Ligue as intersecções das duas circunferências encontrando a mediatriz de AB.



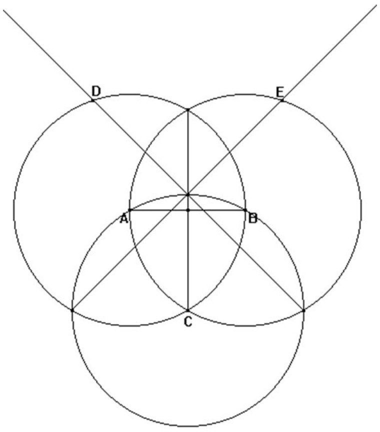
4- Abra no compasso a medida AB, coloque a ponta seca do compasso em C e trace uma circunferência



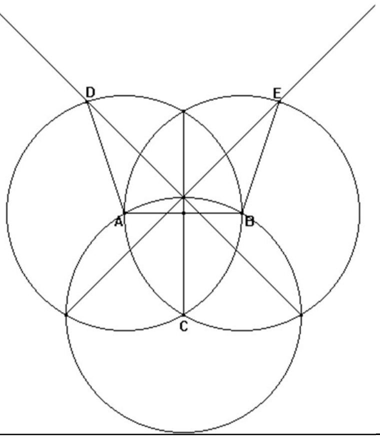
5- Do ponto onde a circunferência de centro C corta a circunferência de centro B sairá uma semirreta que cortará a circunferência de centro A no ponto D.



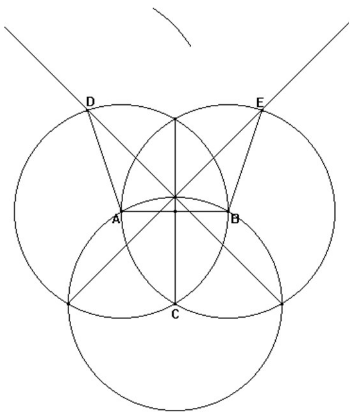
6- Do ponto onde a circunferência de centro C corta a circunferência de centro A sairá uma semirreta que cortará a circunferência de centro B no ponto E.



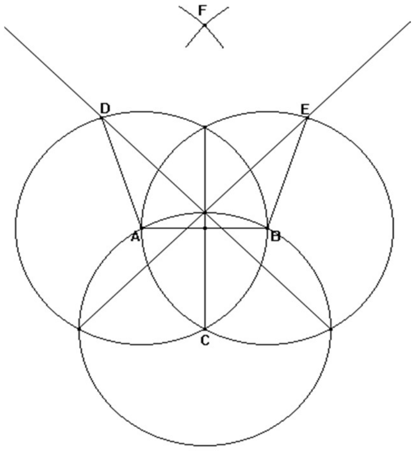
7- Una o ponto B com E, e o ponto A com D.



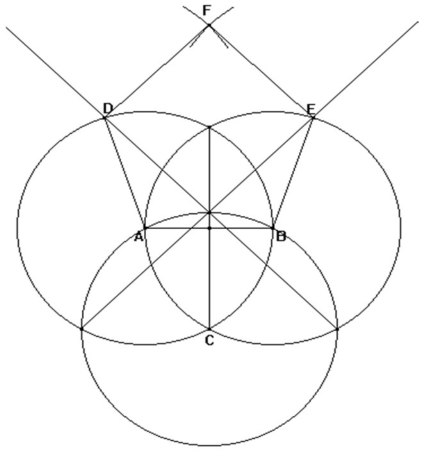
8- Coloque a ponta seca do compasso em D, e com abertura igual à AB trace um arco.



9- Coloque a ponta seca em E, e com a mesma abertura corte o arco anterior encontrando o ponto F.

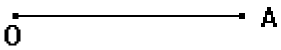


10- Ligue os pontos D,E ao ponto F, encontrando assim o pentágono regular.

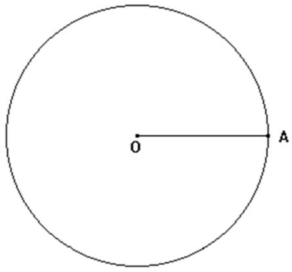


Construção do Hexágono Regular.

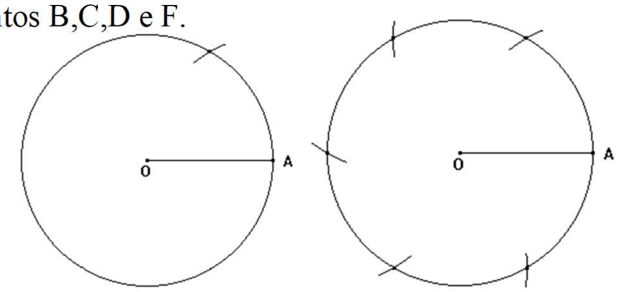
1- Trace o segmento OA.



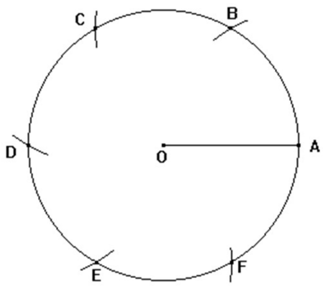
2- Com o compasso, trace a circunferência de centro O e raio OA.



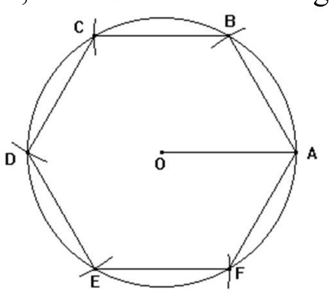
3- Em seguida, coloque a ponta seca do compasso no primeiro corte e com a mesma abertura corte várias vezes a circunferência encontrando os pontos B,C,D e F.



4- Nomeie cada corte de B, C, D, E e F respectivamente.



5- Ligue os pontos A e B, B e C, C e D, D e F, F e A, obtendo assim o hexágono regular.



Algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central.

Passo 1 - Usando um esquadro, construa um ângulo cuja medida em graus seja a do ângulo central do hexágono, ou seja, 60°;
Passo 2 - Trace uma circunferência qualquer com centro no vértice do ângulo;
Passo 3 - Prolongue os lados do ângulo até que interceptem a circunferência nos pontos A e B;
Passo 4 - Usando o compasso com abertura AB, coloque a ponta seca em B e trace um arco cortando a circunferência em C distinto de A;
Passo 5 - Usando o compasso com abertura BC e com ponta seca em C, encontre o ponto D distinto de B;
Passo 6 - Usando o compasso com abertura CD e com ponta seca em D, encontre o ponto E distinto de C;
Passo 7 - Usando o compasso com abertura DE e com ponta seca em E, encontre o ponto F distinto de D;
Passo 8 - Trace os segmentos AB, BC, CD, DE, EF e FA para formar o hexágono regular.

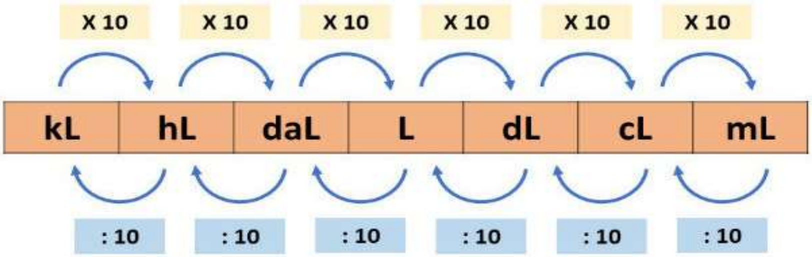
Para saber mais sobre construções geométricas usando régua e compasso, se possível, assista aos vídeos:
https://www.youtube.com/watch?v=ZF2gV6m7c7w;
https://www.youtube.com/watch?v=Y2E9kUDAuTc;
https://www.youtube.com/watch?v=cYxEpab_RF4

Volume e sua unidade padronizada de medida: É a grandeza indicada pela medida do espaço que um corpo ocupa, isto é, uma medida em três dimensões. A unidade padrão de volume é o metro cúbico, medida que indica o espaço ocupado por um corpo de dimensões 1 metro de comprimento, 1 metro de largura e 1 metro de altura. A partir do metro cúbico (m^3), temos seus múltiplos – quilômetro cúbico (km^3), hectômetro cúbico (hm^3) e decâmetro cúbico (dam^3) – e seus submúltiplos – decímetro cúbico (dm^3), centímetro cúbico (cm^3) e milímetro cúbico (mm^3). Para a transformação das unidades de volume, usamos a tabela a seguir:

	X1000		X1000		X1000		X1000		X1000		X1000	
km^3		**hm^3**		**dam^3**		**m^3**		**dm^3**		**cm^3**		**mm^3**
Quilômetro cúbico		Hectômetro cúbico		Decâmetro cúbico		Metro cúbico		Decímetro cúbico		Centímetro cúbico		Milímetro cúbico
	÷1000		÷1000		÷1000		÷1000		÷1000		÷1000	

Exemplo 1. Para transformar uma unidade de volume para outra, deslocando-se para a direita, deve-se multiplicar por 1 000 a cada unidade deslocada.
Veja:
a) Transformar 2,45 km^3 em hm^3. De km^3 para hm^3, é uma casa para a direita, então:
2,45 km^3 = 2,45 x 1000 = 2 450 hm^3
b) Transformar 2 m^3 em cm^3. De m^3 para cm^3, são duas casas para a direita, então:
2 m^3 = 2 x 1000 x 1000 = 2 000 000 cm^3
Exemplo 2. Para transformar uma unidade de volume para outra, deslocando-se para a esquerda, deve-se dividir por 1 000 a cada unidade deslocada.
Veja:
a) Transformar 53 000 mm^3 em cm^3. De mm^3 para cm^3, é uma casa para a esquerda, então:
5 3 000 mm^3 = 53 000 : 1000 = 53 cm^3
b) Transformar 194 700 dm^3 para dam^3. De dm^3 para dam^3, é uma casa para a esquerda, então:
194 000 dm^3 = 194 000 : 1000 : 1000 = 0,194 dam^3

Capacidade e sua unidade padronizada de medida
É a grandeza que estima a quantidade de líquido que ocupa um determinado recipiente. A unidade padrão de capacidade é o litro.
A partir do litro (L), temos seus múltiplos – quilolitro (kL), hectolitro (hL) e decalitro (daL) – e seus submúltiplos – decilitro (dL), centilitro (cL) e mililitro (mL).
Para a transformação das unidades de capacidade, usamos a tabela a seguir:



Disponível em: <https://tinyurl.com/uhoswxb>. Acesso em 14 de maio de 2020.

Exemplo. Um carregamento de 20 caixas, cada uma contendo 6 garrafinhas de refrigerante com capacidade de 200 mL, chegou no Armazém das Capacidades. Qual é a medida desse carregamento, em litros?

Solução. Multiplicando-se a quantidade de caixas pela quantidade de garrafinhas por caixa e pela capacidade de cada uma em mL, temos: **20 x 6 x 200 mL = 24 000 mL.**

De mL para L, seguindo a tabela, são três casas para a esquerda. Dessa forma, podemos dividir por 10 a cada casa deslocada, ou ainda, deslocar com a vírgula três casas para a esquerda, ou apenas, cancelar três zeros, assim como fizemos para as medidas de comprimento.

Veja que dividir por 1000 (dividir por 10 e por 10 e por 10); deslocar a vírgula para a esquerda três casas ou simplesmente cancelar os três zeros, são maneiras equivalentes de se obter a mesma resposta: **24 000 mL = 24 L**

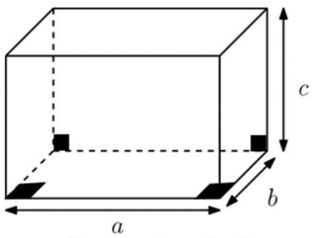
Relação entre as medidas de volume e as medidas de capacidade

Veja que a grandeza capacidade é específica para os estudos envolvendo o preenchimento de recipientes ou reservatórios no espaço, com líquidos. Volume é a grandeza que exprime a medida do espaço, que pode estar inicialmente vazio, ou ainda, preenchido com materiais sólidos, líquidos ou gasosos. No caso específico dos líquidos, como por exemplo a água, eles assumem a mesma forma que os recipientes que os contém, e por essa razão, podemos associar as medidas de capacidade com as de volume por meio das seguintes relações:

Volume	$1\ m^3$	$1\ dm^3$	$1\ cm^3$
Capacidade	1 000 L	1 L	1 mL

Volume de um Bloco Retangular: Um bloco retangular, nome popular do paralelepípedo reto retângulo, tem seu volume calculado pela seguinte fórmula: **Volume = Área da Base x Altura**

Se a base desse bloco é um retângulo de medidas a e b, e a altura desse bloco tem medida c, então podemos dizer que o volume desse bloco retangular será dado pelo produto de suas três dimensões, isto é:



$$\textbf{Volume} = \textbf{a . b . c}$$

Exemplo. Calcular a capacidade, em litros, da piscina cujo formato é de um bloco retangular de medidas 8 m de comprimento, 5 m de largura e 1,60 m de profundidade.

Solução.

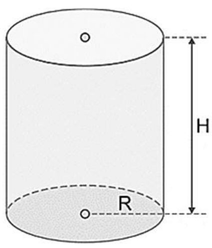
O volume dessa piscina (V) será dado pelo produto de suas dimensões, isto é:

$$\mathbf{V = 8 \times 5 \times 1{,}6 = 64\ m^3}.$$

Como para cada 1 m³ de volume tem-se 1 000 litros de capacidade, segue-se que a capacidade da piscina é de 64 000 litros.

Volume de um Cilindro Retro

Observe as ilustrações a seguir:



$$\textbf{Volume} = \boldsymbol{\pi} \textbf{ . } \mathbf{R^2} \textbf{. H}$$

Disponível em:<https://tinyurl.com/y788e4wn>. Acesso em: 31 de maio de 2020.

As ilustrações apresentam corpos redondos em formato cilíndrico: lata de óleo, tanque de combustível, reservatório de gás, garrafa e copo são alguns dos exemplos encontrados no cotidiano. Para calcularmos a capacidade de um objeto com formato cilíndrico, precisamos encontrar a área da base circular e multiplicar pela altura do objeto. O cálculo da área do círculo é realizado multiplicando o quadrado da medida do raio pelo valor do número π (pi), cujo valor aproximado é igual a 3,14.
Para o cilindro reto, cujo raio da base é R, e cuja altura é H, calculamos o seu volume da seguinte forma:
Exemplo. Calcular a capacidade, em mL, de uma lata de óleo cujo formato é um cilindro reto, cujo raio da base mede 3 cm e cuja altura mede 20 cm.
Solução.
Adotando-se $\pi = 3{,}14$, o volume do cilindro reto de raio R = 3 cm e de altura H = 20 cm é dado por:
$\mathrm{V} = 3{,}14\,.\,(3)^2.\,(20) \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 3{,}14\,.\,180 \quad \rightarrow \quad \mathrm{V} = 565{,}2\ \mathrm{cm}^3$
Como para cada 1 cm³ de volume tem-se 1 mL de capacidade, segue-se que a capacidade da piscina é de $565{,}2$ mL.

Resolva as atividades a seguir em seu caderno

1. Siga os passos da construção geométrica de um polígono a seguir.
Passo 1: Trace um segmento AB de medida 4 cm, utilizando uma régua.
Passo 2: Utilizando um compasso, com a ponta seca em A e abertura igual a 4 cm, trace um arco qualquer.
Passo 3: Com abertura do compasso 4 cm e ponta seca em B, faça um arco até formar uma interseção com o arco existente. Seja C esse ponto de interseção.
Passo 4: Ligue todos os pontos nomeados com segmentos de reta.
Nessas condições, responda:
a) Qual foi o polígono obtido?
b) Esse polígono é regular? Justifique sua resposta.
c) Calcule a soma dos lados desse polígono.

2. Observe os passos da construção geométrica a seguir.
Passo 1: Trace um segmento AB.
Passo 2: Fixe um ponto C do segmento AB.
Passo 3: Trace uma semicircunferência qualquer com centro em C.
Passo 4: Sejam D e E os pontos de interseção da semicircunferência com o segmento AB.
Passo 5: Trace a circunferência de centro em D, passando por E.
Passo 6: Trace a circunferência de centro em E, passando por D
Passo 7: Seja L um dos pontos de interseção das duas circunferências.
Passo 8: Considere a semirreta determinada por L e C.
Nessas condições, a medida do ângulo formado entre as semirretas $\overrightarrow{CL}$ e $\overrightarrow{CB}$ é igual a
(A) 30°.
(B) 45°.
(C) 60°.
(D) 90°.

3. Construa usando instrumentos de desenho, um hexágono regular de lado igual a 6 cm.

4. Complete as lacunas a seguir:
a) A reta perpendicular que passa pelo ponto médio de um segmento é chamada de ______________________.
b) Os ângulos internos de um ____________________ medem 90°.
c) Os ângulos internos de um triângulo equilátero medem ______________.
d) Uma semirreta cortou um ângulo de 240°, dividindo-o em dois ângulos com medidas iguais a 120°. Essa semirreta recebe o nome de ___________________.
e) O polígono que contém 5 lados com mesma medida recebe o nome de ______________________________.

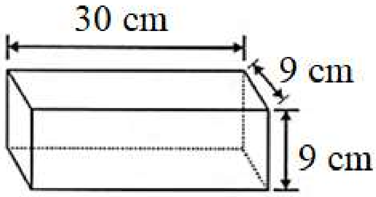
5. Uma caixa em formato de bloco retangular foi dividida em cubos iguais que possuem 1 cm de aresta.
A capacidade máxima dessa caixa em litros, é igual a
(A) 0,0006
(B) 0,006
(C) 0,06
(D) 0,6

6. Observe a imagem do copo com capacidade de 320 mL, a seguir. Qual é a diferença entre a capacidade do copo ***Long Drink*** e a capacidade de um copo com formato de cilindro reto, cujas medidas de diâmetro e altura são iguais as indicadas na imagem? Adote $\pi = 3{,}14$.

(A) $210{,}66$ mL
(B) $187{,}33$ mL
(C) $111{,}16$ mL
(D) $74{,}08$ mL

7. Observe o bloco retangular na imagem ao lado.
O volume desse bloco tem medida igual a:

(A) 4 860 cm³.
(B) 2 430 cm³.
(C) 540 cm³.
(D) 111 cm³.



8. Uma indústria de embalagens deseja fabricar uma lata de tinta cilíndrica com raio da base medindo 5 cm de comprimento e com capacidade para 1 litro. Qual deverá ser o comprimento da altura dessa embalagem? Adote $\pi = 3{,}14$.