|  |  |
| --- | --- |
| **MATEMÁTICA – 9º ANO** |  |
| 5ª SEMANA - 2º CORTE |
| Tema / Conhecimento: Funções: representações numérica, algébrica e gráfica: Função do 2° Grau / Função do 1° Grau: gráfico/Função do 2° Grau: gráfico /Cálculo de máximos ou de mínimos |
| Habilidade: (EF09MA06-G) Estabelecer o valor de máximo ou de mínimo de uma função quadrática, através do cálculo das coordenadas do vértice da parábola associada no plano cartesiano, para resolver problemas significativos como determinar o custo mínimo para a confecção de uma certa quantidade de produtos, encontrar a altura máxima obtida por um objeto lançado verticalmente para cima, entre outros. |
| NOME: | DATA:  |
| UNIDADE ESCOLAR: |

**Função Quadrática:** Uma aplicação f de $R$ em $R$ recebe o nome de função quadrática ou do 2º grau quando associa a cada $x\in R$ o elemento (ax2 + bx + c) $\in R$, em que a, b e c são números reais dados e a diferente de 0.

$$f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c$$

Exemplos de funções quadráticas:

1. $f\left(x\right)=2x^{2}+3x-1$
2. $f\left(x\right)=x^{2}-2x-5$
3. $f\left(x\right)=-3x^{2}+5x$
4. $f\left(x\right)=x^{2}-4$
5. $f\left(x\right)=2x^{2}$
6. $f\left(x\right)=x^{2}$

**Gráfico:** O gráfico da função quadrática é uma parábola. Vamos construir o gráfico da função $f\left(x\right)=x^{2}$



4

Agora vamos construir o gráfico da função $f\left(x\right)=-2x^{2}$



Perceba que o gráfico da função $f\left(x\right)=x^{2}$ possui a concavidade voltada para cima e o gráfico da função $f\left(x\right)=-2x^{2}$ possui a concavidade voltada para baixo. Quem determina essa concavidade é o valor do coeficiente que multiplica x2. Se esse número for positivo, concavidade voltada para cima e se for negativo, concavidade voltada para baixo.



**Coordenadas do vértice:** O vértice da parábola é o ponto onde a parábola troca o seu ramo, e vamos representá-lo por (V). Os pontos mínimo e de máximo são calculados pelas coordenadas do vértice.

****

Para determinarmos os valores de x e y do vértice utilizaremos as seguintes fórmulas,

$$y\_{v}=-\frac{∆}{4a}$$

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}$$

Portanto o vértice é dado pelas coordenadas,

$$V\left(-\frac{b}{2a},-\frac{∆}{4a}\right)$$

Exemplo 01. Determine as coordenadas do vértice da parábola definida pela função $y=x^{2}-2x-5$.

Resolução:

1º passo: Identificar os coeficientes

a = 1

b = - 2

c = - 5

2º passo: Calcular o x do vértice.

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}\rightarrow x\_{v}=-\frac{\left(-2\right)}{2∙1}\rightarrow x\_{v}=\frac{2}{2}\rightarrow x\_{v}=1$$

3º passo: Calcular o y do vértice.

$$y\_{v}=-\frac{∆}{4a}\rightarrow y\_{v}=-\frac{b^{2}-4ac}{4a}\rightarrow y\_{v}=-\frac{\left(-2\right)^{2}-4∙\left(1\right)∙\left(-5\right)}{4∙1}\rightarrow y\_{v}=-\frac{24}{4}\rightarrow y\_{v}=-6$$

4º passo: Escrever as coordenadas do vértice.

$$V\left(1,-6\right)$$

Exemplo 02. A dona de uma loja observou que o lucro (L) de sua loja dependia da quantidade de clientes (c) que frequentava o mesmo diariamente. Um matemático analisando a situação estabeleceu a seguinte função:

L(c) = – c² + 60c – 500

Qual seria o número de clientes necessário para que a dona da loja obtivesse o lucro máximo em seu estabelecimento?

(A) 28

(B) 29

(C) 30

(D) 32

(E) 34

Resolução: Perceba que o exercício pede para determinar a quantidade de clientes para que o lucro seja máximo. Note ainda que o ***c*** está representando o ***x*** e ***L(c)*** está representando o *y*. Basta calcularmos o x do vértice.

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}\rightarrow x\_{v}=-\frac{\left(60\right)}{2∙(-1)}\rightarrow x\_{v}=\frac{60}{2}\rightarrow x\_{v}=30$$

Logo, o número de clientes necessário para que a dona da loja obtenha o lucro máximo em seu estabelecimento é igual a 30.

Quer saber mais sobre função quadrática? Se possível, assista aos vídeos:

<https://youtu.be/1cqNdPSB_nY?list=PLEfwqyY2ox878_BhtQEeE1fajo7AJUBdZ> e https://youtu.be/iAKFxIXT6K8

**ATIVIDADES**

01 - A respeito da função f(x) = – 4x2 + 100, determine o resultado da soma entre as coordenadas x e y do vértice.

02 - A equação da trajetória parabólica do salto de uma pulga é dada por f(x) = –x2 + 4x. Essa pulga salta no ponto de origem do sistema de coordenadas cartesianas. Qual é, em decímetros, a altura máxima atingida pela pulga?

03 – Dada a função T(h) = –h2 + 22h – 85, em que h representa as horas do dia e T a temperatura. Calcule a temperatura máxima.

04 - Em uma empresa, o número de unidades diárias vendidas, x dias após o lançamento de um produto, pode ser modelado pela fórmula y = –x2 + 60x + 100, em que x = 0 é o dia do lançamento. Após atingir o maior número de unidades vendidas desse produto em um único dia, a fórmula deixa de ser válida e o número de produtos vendidos a cada dia começa a diminuir até que o produto deixa de ser vendido. Determine o número de dias, incluindo o dia do lançamento, até que o produto atinja o maior número de unidades diárias vendidas.

05 - Uma indústria produz *x* unidades por dia de um determinado produto que é vendido em sua totalidade a um preço de R$ 80,00 a unidade. O custo total para a produção diária de *x* unidades é igual a C (x) = x2 + 20x + 500. Para que a indústria tenha um lucro diário *L* máximo, qual deve ser o número de unidades produzidas e vendidas por dia?

06 - Uma bola é lançada verticalmente para cima, a partir do solo, tem sua altura h (em metros) expressa em função do tempo t (em segundos), decorrido após o lançamento, pela lei *h(t)* = 80*t –* 10*t*2. Determine a altura máxima atingida pela bola.

07 – Determine o valor máximo da função y = 50t – 0,25t2

08 - Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão L(x) = –x2 + 12x – 20, onde *x* representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Determine quantos bonés dever ser empacotados para que o lucro seja máximo.

Respostas

01)

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}$$

$$x\_{v}=-\frac{0}{2∙(-4)}$$

$$x\_{v}=-\frac{0}{-8}$$

$$x\_{v}=0$$

$$y\_{v}=-\frac{∆}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{b^{2}-4ac}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{0^{2}-4∙(-4)∙100}{4∙(-4)}$$

$$y\_{v}=-\frac{1600}{-16}$$

$$y\_{v}=100 $$

Portanto $x\_{v}+y\_{v}=0+100=100$

02)

$$y\_{v}=-\frac{∆}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{b^{2}-4ac}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{4^{2}-4∙(-1)∙0}{4∙(-1)}$$

$$y\_{v}=-\frac{16}{-4}$$

$$y\_{v}=4 dm$$

03) $y\_{v}=-\frac{∆}{4a}$

$$y\_{v}=-\frac{b^{2}-4ac}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{22^{2}-4∙(-1)∙(-85)}{4∙(-1)}$$

$$y\_{v}=-\frac{484-340}{-4}$$

$$y\_{v}=36$$

04)

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}$$

$$x\_{v}=-\frac{60}{2∙(-1)}$$

$$x\_{v}=-\frac{60}{-2}$$

$$x\_{v}=30$$

Como devemos incluir o dia do lançamento, teremos um total de 31 dias.

05)

Temos que o lucro é dado pela diferença entre o preço de venda e o preço de custo, ou seja,

$$L\left(x\right)=V\left(x\right)-C\left(x\right)$$

$$L\left(x\right)=80x-\left(x^{2}+20x+500\right)$$

$$L\left(x\right)=80x-x^{2}-20x-500$$

$$L\left(x\right)=-x^{2}+60x-500$$

Para determinarmos a quantidade de unidades produzidas, basta calcular o x do vértice.

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}$$

$$x\_{v}=-\frac{60}{2∙(-1)}$$

$$x\_{v}=-\frac{60}{-2}$$

$$x\_{v}=30 unidades$$

06)

$$y\_{v}=-\frac{∆}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{b^{2}-4ac}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{80^{2}-4∙(-10)∙0}{4∙(-10)}$$

$$y\_{v}=-\frac{6400}{-40}$$

$$y\_{v}=160 m$$

07)

$$y\_{v}=-\frac{∆}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{b^{2}-4ac}{4a}$$

$$y\_{v}=-\frac{50^{2}-4∙(-0,25)∙0}{4∙(-0,25)}$$

$$y\_{v}=-\frac{2500}{-1}$$

$$y\_{v}=2500$$

08)

$$x\_{v}=-\frac{b}{2a}$$

$$x\_{v}=-\frac{12}{2∙(-1)}$$

$$x\_{v}=-\frac{12}{-2}$$

$$x\_{v}=6$$