8º ANO	Superintendência de Educação Infantil e Ensino Fundamental — Secretaria de Estado da Educação — Somos todos GOIÁS
MATEMÁTICA	

2ª QUINZENA – 3º CORTE

(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

Tema/ objeto de conhecimento: Sequências recursivas e não recursivas; Regularidades de sequências numéricas ou figurais, recursivas e não recursivas.

Sequências ou Sucessões

Texto de André Luís

Em todos os momentos da história, o homem sempre buscou o entendimento de determinados fenómenos naturais, como o surgimento da neve, o aparecimento das frutas e a chegada da chuva. Nesta busca houvera a percepção de determinados ciclos de períodos que os fenómenos lavavam para se repetir, por conseguinte temos a formação de certos padrões. Ao olharmos para a matemática notamos que esses padrões numéricos ou geométricos manifestam-se quase em todos os lugares, fazendo com que consigamos notar certas sequências numéricas ou geométricas, possibilitando com isso, a antecipação de determinados resultados.
É como representamos uma sequência numérica ou mesmo uma sucessão numérica utilizando (a_1, a_2, a_3, a_4, ... , a_n)? Neste caso, “a” de índice “1” ou o a_1 representa o 1º termo da sequência, o a_2 representa o 2º termo, o a_3 o 3º , e assim por diante, note que cada um desses elementos dos conjuntos que chamamos de sequência ou sucessões é denominado termo. Portanto, uma sequência é todo conjunto de elementos numéricos ou não que são colocados em certa ordem.
As **sequências não recursivas** são aquelas que **não** dependem de termos anteriores para determinarmos o próximo termo, pode-se determinar o valor de um elemento da **sequência** apenas pela sua posição.
Veja o exemplo números naturais ímpares: $(\underset{a_1}{1},\ \underset{a_2}{3},\ \underset{a_3}{5},\ \underset{a_4}{7},\ \underset{a_5}{9},\ \underset{a_6}{11}, ...)$

No exemplo acima, é possível notar que os números obedecem a um padrão ou uma lei de formação que depende da posição que este ocupa na sequência. Perceba que o valor do termo é o dobro do valor de sua posição subtraído de 1. Assim temos:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2\cdot 1 - 1 = 1 \\ a_2 &= 2\cdot 2 - 1 = 3 \\ a_3 &= 2\cdot 3 - 1 = 5 \\ a_4 &= 2\cdot 4 - 1 = 7 \\ &\vdots \\ a_n &= 2\cdot n - 1 \end{aligned}$$

Note que o valor de cada termo depende de sua posição na sequência, assim temos que: $\boxed{a_n = 2\cdot n - 1}$ representa sua lei de formação.
Uma sequência é dita finita quando se pode determinar ou se conhece o último termo. Assim, os números naturais ímpares entre 0 e 100 é um exemplo, pois o último número é a_{50} = 99. Sua representação seria, (1, 3,5, ... , 99).

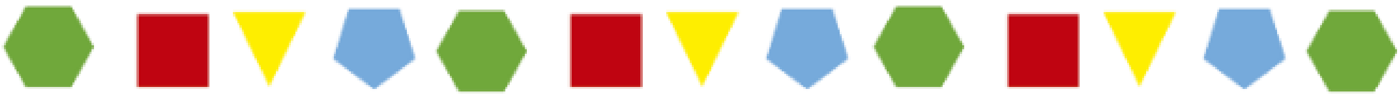
Uma sequência é dita infinita quando não se pode determinar ou não se conhece o último termo. Assim, os números naturais ímpares é um exemplo, pois não se pode determinar o último número. Neste caso, sua representação seria, (1,3,5, ... , 99, ...). Note que “99” não é o último número da sequência, ela continua, ele foi apenas o último número a ser representado.

As sequências mais trabalhadas no ensino são as progressões aritméticas e as geométricas. Nas progressões aritméticas cada termo é igual ao anterior somado a uma constante, que é denominada “razão” da PA. Exemplo: A sequência (2, 5, 8, 11, 14, ...) é uma P.A. cuja razão “r” é 3 e o primeiro termo a_1= 2.

Nas progressões geométrica, cada termo é igual ao anterior multiplicado por uma constante, que é denominada “razão” da PG. Exemplo: A sequência (3, 6, 12, 24, 48, ...) é uma P.G. cuja razão “q” é 2 e o primeiro termo a_1= 3.

ATIVIDADES

01) Observe a sequência das figuras abaixo:



Nestas condições, podemos dizer que o vigésimo terceiro (a_{23}) termo da sequência é:

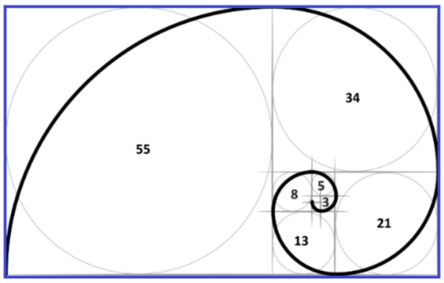
a) ( ) 

b) ( ) 

c) ( )

d) ( ) 

02) A figura a seguir foi obtida a partir da famosa sequência de Fibonacci. A sequência de Fibonacci é chamada de **recursiva** uma vez que depende de termos anteriores para determinarmos o próximo termo, ou seja, neste caso cada termo e dado em função de seus termos anteriores. Veja a figura geométrica construída a partir dessa sequência.



Disponível em: https://www.coc.com.br/blog/soualuno/matematica/o-que-e-a-sequencia-de-fibonacci. Acesso em 25 de ago. de 2020.

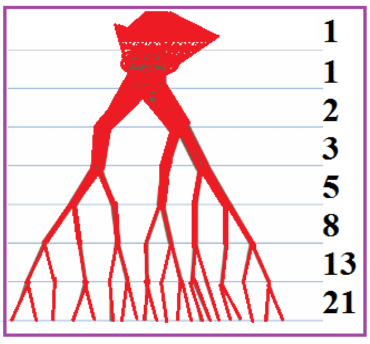
A sequência de Fibonacci, é baseada na soma de dois termos anteriores, assim temos que: $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ e a partir de a_3 todos os termos são obtidos pela soma dos dois anteriores, ou seja:

$$\begin{cases} a_1 = 1, \quad a_2 = 1 \\ a_3 = a_2 + a_1 = 1+1 = 2 \\ a_4 = a_3 + a_2 = 2+1 = 3 \\ a_5 = a_4 + a_3 = 3+2 = 5 \\ a_6 = a_5 + a_4 = 5+3 = 8 \\ a_7 = a_6 + a_5 = 8+5 = 13 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_n = a_{n-1} + a_{n-1} \end{cases}$$

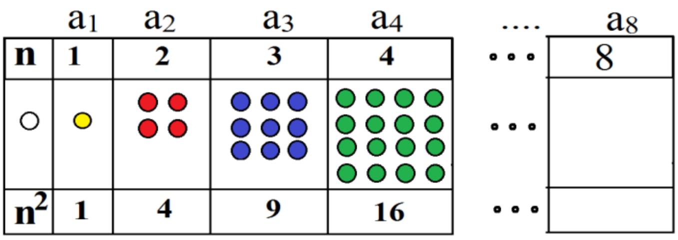
Desta forma teremos a sequência (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...). Nestas condições:

a) Determine o décimo primeiro termo (a_{11}) dessa sequência.

b) Uma determinada vegetação de mangue cresce suas raízes de acordo com a representação a seguir. Admitindo que a sequência dos ramos é a de Fibonacci, determine quantos ramos teremos na próxima etapa de ramificações.

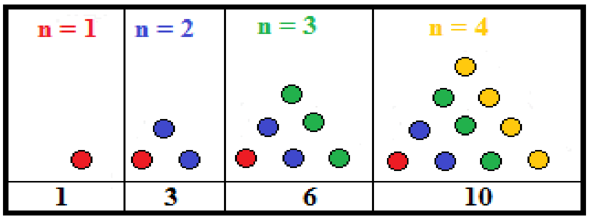


03) No quadro a seguir temos uma sequência de “bolinhas” usadas para determinar o valor do quadrado de um número natural.



Obedecendo essa sequência, determine quantas bolinas seriam desenhadas em a_8 e o valor de n^2.

04) A figura a seguir representa quantidade de bolas, da sequência de números triangulares, que são necessários para desenhar um triângulo. É conveniente admitirmos o número “1” com sendo o primeiro número triangular.



Sendo $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 6$, $a_4 = 10$, ..., e assim por diante.
Nestas condições, determine:

a) O valor de a_5 e a_6.

b) A lei de formação desta sequência.

05) Observe a sequência (3, 7, 11, ___ , ___ , ____, ____, ____, ____, 39).

Se admitirmos que essa sequência é uma PA, então determine:

a) os termos que estão faltando.

b) o valor da razão da P.A.

06) Uma lei recursiva que determina uma sequência é dada por: $\begin{cases} a_1 = 2, \\ a_n = 3 \cdot a_{(n-1)} + 1, \text{ para } n > 1. \end{cases}$ Essa lei estabelece que o primeiro termo da sequência é 2 ($a_1 = 2$) e que cada termo a partir deste é calculado como sendo o triplo do anterior somado de um unidade ($a_n = 3 \cdot a_{n-1} + 1$). Assim temos que:

$a_1 = 2$,

$a_2 = 3 \cdot a_{2-1} + 1 = 3 \cdot a_1 + 1 = 3 \cdot 2 + 1 = 7$;

$a_3 = 3 \cdot a_{3-1} + 1 = 3 \cdot a_2 + 1 = 3 \cdot 7 + 1 = 20$;

$a_4 = 3 \cdot a_{4-1} + 1 = 3 \cdot a_3 + 1 = 3 \cdot 20 + 1 = 61$;

Logo, a sequência será (2, 7, 20, 61, ...).

Nestas condições, marque a alternativa correta.

a) ( ) O a_5 é igual a 185.

b) ( ) o a_6 é igual a 553.

c) ( ) O a_7 é igual a 185.

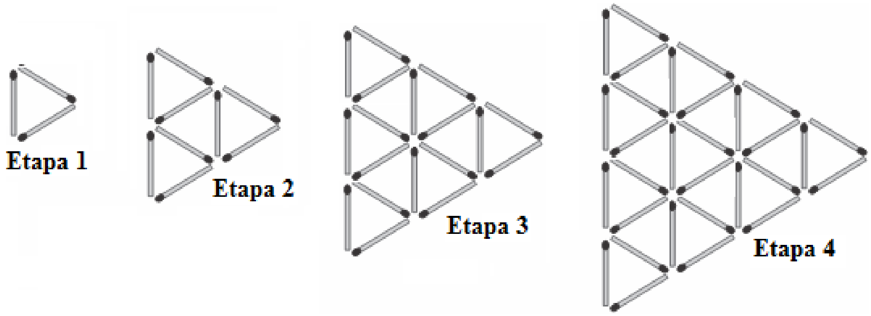
d) ( ) o a_8 é igual a 553.

07) Determine os 5 primeiros termos da sequência dada por: $\begin{cases} a_1 = 2, \\ a_n = a_{(n-1)} + 5, \text{ para } n > 1. \end{cases}$

Responda:

a) Esta sequência é uma progressão aritmética ou geométrica?

08) Em uma brincadeira com palitos de fósforo, Elisa montou as figuras em etapas. Na 1ª etapa, montou um triângulo e, nas etapas seguintes, foi acrescentando triângulos conforme a sequência representada a seguir.



A sequência de palitos que Elisa usou a seguinte lei de formação:

N^{o} de palitos $= \dfrac{3n^2 + 3n}{2}$, onde n é o número da etapa.

Nestas condições, o número de palitos de fósforo necessários e suficientes para Elisa executar a construção da 10ª etapa é:

a) ( ) 150 palitos.

b) ( ) 155 palitos.

c) ( ) 160 palitos.

d) ( ) 165 palitos.

09) Um professor de Matemática, propôs a seus alunos que escrevessem em uma tabela com 20 linhas e 5 colunas, os números naturais menores que 100, numa sequência numérica crescente, como mostra a figura a seguir.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

A seguir o professor pediu para que um aluno escolhesse um número natural, nessa tabela e lhe informasse a linha e a coluna que esse número ocupava.

O aluno disse que o número estava representado na 15ª linha e 3ª coluna da tabela. Nestas condições, o número é

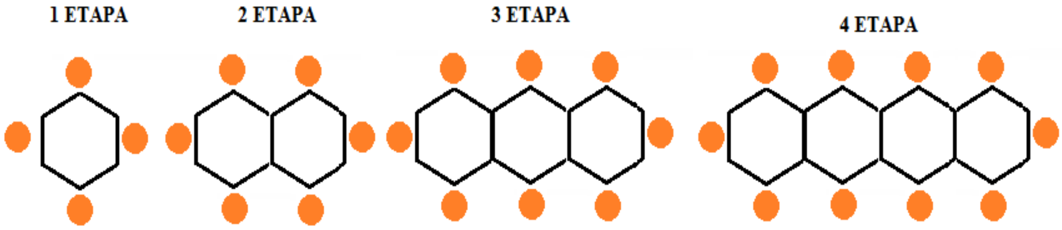
a) 78.

b) 73.

c) 68.

d) 63.

10) Observe na figura o número de mesas (hexágonos) e o número máximo de lugares (círculos) disponíveis em cada etapa.



Considere que a sequência de etapas continue, segundo o padrão apresentado.

a) Complete a tabela a seguir.

Configuração	Número de mesas	Número de lugares
1		
2		
3		
4		
5		
n		

b) Quantos lugares, no máximo, estarão disponíveis em uma configuração com 100 mesas?

11) Os termos de uma progressão aritmética podem ser determinados a partir da expressão do termo geral que é $a_n = 3n + 2$. A diferença entre o décimo quinto termo e o quinto termos dessa progressão é um número

a) múltiplo de 5.

b) par maior que 40.

c) ímpar maior que 20.

d) primo menor que 20.