9º ANO	Superintendência de Educação Infantil e Ensino Fundamental — Secretaria de Estado da Educação
MATEMÁTICA	

3ª QUINZENA – 3º CORTE

Habilidades Essenciais: (GO-EF09MA25) Estabelecer as razões trigonométricas fundamentais (seno, cosseno e tangente) para resolver problemas em diferentes contextos; (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

Tema/ objeto de conhecimento: Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo; Distância entre pontos no plano cartesiano: Ponto médio de um segmento de reta. Distância entre dois pontos quaisquer

INTRODUÇÃO À TRIGONOMETRIA

Os povos antigos tinham a necessidade de medir distâncias, alturas, áreas e volumes. A trigonometria surgiu como uma relação entre determinadas medidas em função dos ângulos que as relacionavam.

tri	gono	metria
três	ângulo	medida

Para iniciarmos nosso estudo utilizaremos o triângulo retângulo a seguir.

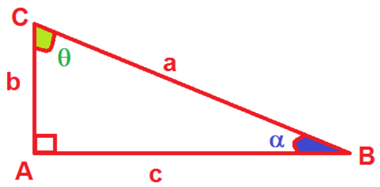


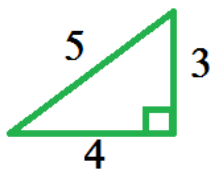
Figura 1

Sabemos que o ângulo Â vale 90º e que o lado oposto a ele é chamado de hipotenusa e tem medida representada por “a”. Os demais lados são chamados de catetos, ou seja $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ e suas medidas são representadas por “b” e “c” respectivamente.

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º , temos portanto que α e θ somados valem 90º , ou seja, $\alpha + \Theta = 90º$ e então são ditos complementares.

Como temos um triângulos retângulo, não podemos deixar de lembrar do Teorema de Pitágoras:

> “*Em um triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.*”
>
> Neste caso temos: $\boxed{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow$ Teorema de Pitágoras



Dizemos que um triângulo retângulo é Pitagórico, se as medidas de seus lados são números inteiros positivos. O exemplo clássico desse triângulo é o triângulo 3; 4; 5, ou seja, os catetos medem 3 e 4, e sua hipotenusa vale 5.

Chamamos de **cateto oposto,** o cateto que está de frente para o ângulo. Em relação a “α”, o cateto “b” é oposto e, em relação a “θ” o cateto “c” é o seu oposto.

Chamamos de **cateto adjacente,** o cateto que é lado do ângulo, ou seja, estar adjacente significa estar ao lado. Em relação a “α”, o cateto “c” é adjacente e, em relação a “θ” o cateto “b” é o adjacente.

Estudo do Seno, cosseno e tangente

- Definimos como **Seno de um ângulo**, o quociente (divisão) entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa do triângulo retângulo, logo $\text{Seno} = \dfrac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}}$.

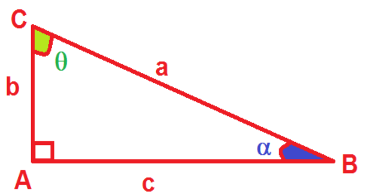


Figura 1

Na figura 1, temos $\text{Sen}(\alpha) = \dfrac{b}{a}$ e $\text{Sen}(\theta) = \dfrac{c}{a}$.

- Definimos como **Cosseno de um ângulo**, o quociente (divisão) entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa do triângulo retângulo, logo $\text{Cosseno} = \dfrac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}}$.

Na figura 1, temos $\text{Cos}(\alpha) = \dfrac{c}{a}$ e $\text{Cos}(\theta) = \dfrac{b}{a}$.

- Definimos como **Tangente de um ângulo**, o quociente entre as medidas do cateto oposto e o cateto adjacente a esse ângulo no triângulo retângulo, logo $\text{Tangente} = \dfrac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}}$.

Na figura 1, temos $\text{Tg}(\alpha) = \dfrac{b}{c}$ e $\text{Tg}(\theta) = \dfrac{c}{b}$.

Observação 1:

A tangente de um ângulo é numericamente igual à razão entre o valor do seno e o valor do cosseno desse ângulo. Veja:

$$\text{Tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{b/a}{c/a} = \frac{b}{\cancel{a}} \cdot \frac{\cancel{a}}{c} = \frac{b}{c}, \text{ logo } \text{Tg}(\alpha) \overset{N}{=} \frac{b}{c}$$

Observação 2:

Se dividirmos a expressão do Teorema de Pitágoras pelo quadrado do valor da hipotenusa temos;

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2} \Rightarrow \text{Teorema de Pitágoras}$$

$$\left[a^2 = b^2 + c^2\right] \div \left(a^2\right)$$

$$\frac{a^2}{a^2} = \frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{a^2}$$

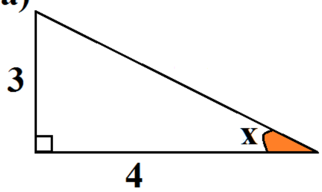
$$1 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a}\right)^2 \text{ Em relação ao ângulo } \alpha\text{, temos que}$$

$$\boxed{1 = \text{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha)} \Rightarrow \text{Relação Fundamental da Trigonometria.}$$

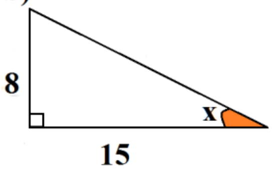
Atividades

1) Em cada um dos triângulos pitagóricos a seguir, existe uma medida de lado que está faltando. Calcule a medida desse lado e então, determine os valores do seno, do cosseno e da tangente de x em cada caso:

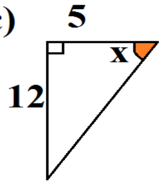
a)



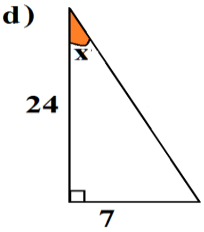
b)



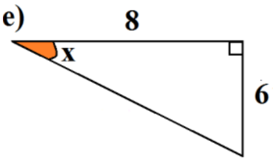
c)



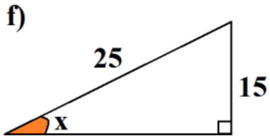
d)



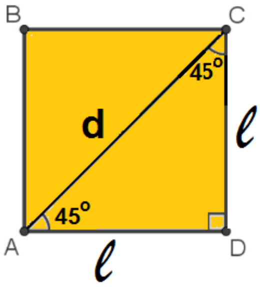
e)



f)



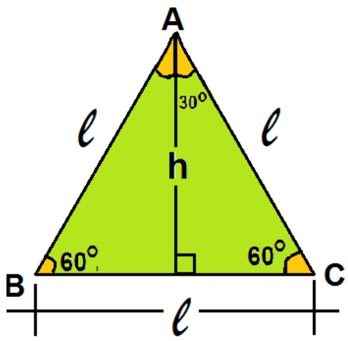
2) Observe o quadrado ABCD da figura a seguir.



a) Determine a medida de sua diagonal em função da medida de seu lado “l”.

b) Determine os valores do seno, do cosseno e da tangente do ângulo de 45º.

3) Observe o triângulo equilátero ABC, de lado “l” a seguir.



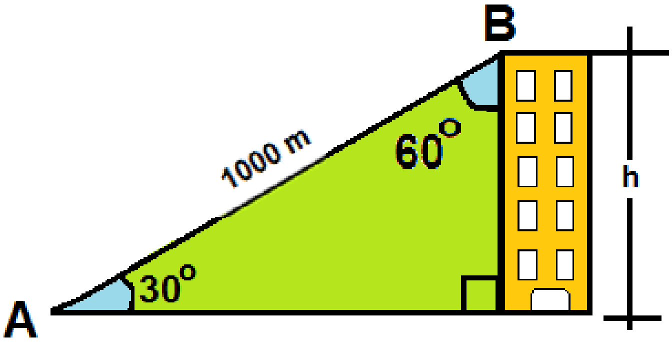
a) Calcule a medida de sua altura “h” em função do lado do triângulo.

b) Determine os valores do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de 30º e 60º .

4) Os valores do seno, do cosseno e da tangente dos ângulos de 30º, 45º e 60, na trigonometria, são chamados de valores notáveis. Dessa forma, complete a tabela de valores notáveis.

	sen	cos	tg
30°			
45°			
60°			

5) Um observador está no ponto A e visualiza o topo de um prédio (ponto B) sob um ângulo de 30º conforme a figura a seguir.



Desprezando a altura do observador pode-se afirmar que a altura do prédio está entre:

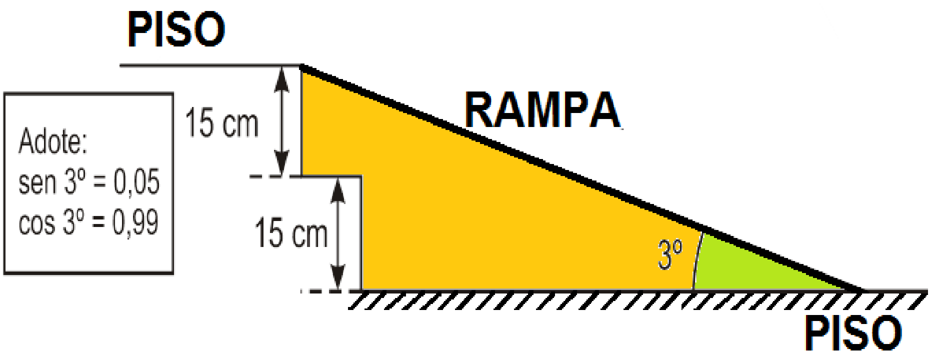
a) (   ) 481 e 510 metros.

b) (   ) 511 e 540 metros.

c) (   ) 541 e 570 metros.

d) (   ) 571 e 601 metros.

6) A entrada de uma determinada escola possui dois degraus iguais com 15 cm de altura cada um. Pretende-se construir uma rampa para garantir a acessibilidade a todos, como mostra a figura a seguir.



Qual o comprimento dessa rampa, sabendo que ela formará com o solo um ângulo de 3°?

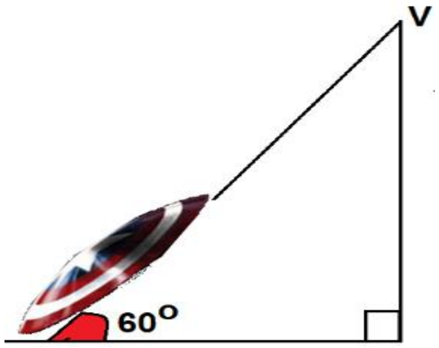
a) ( ) 6 m.

b) ( ) 5 m.

c) ( ) 4 m.

d) ( ) 3 m.

7) O Capitão América irá lançar seu escudo em uma inclinação em relação ao solo sob um ângulo de 60º, conforme a figura a seguir.



Disponível em: https://liberproeliis.fandom.com/cap.américa.(Adaptado)
Acesso em: 09 de set. de 2020

O Capitão pretende que seu escudo percorra a distância de 120 metros e, então atingirá um vilão no ponto V. Nestas condições, a altura em que se encontra o vilão é

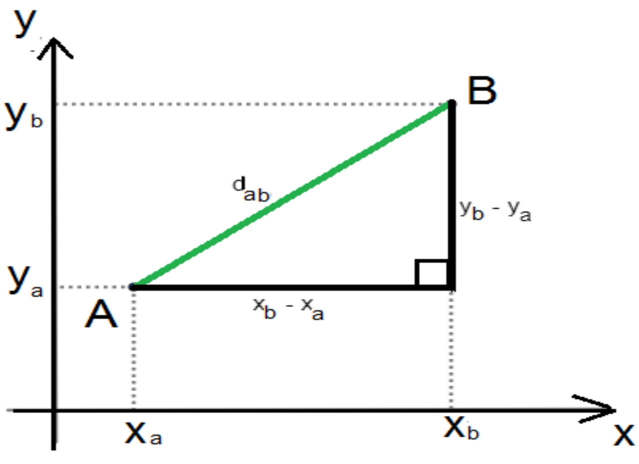
a) ( ) 60 metros.
b) ( ) 120 metros.
c) ( ) $60\sqrt{3}$ metros.
d) ( ) $120\sqrt{3}$ metros.

8) A batnave, ao decolar da batcaverna, percorre uma trajetória retilínea formando um ângulo constante de 30º com o solo. Depois de percorrer 5.000 metros, nesta trajetória, a altura atingida pela aeronave do Batman, em metros, é

a) ( ) 1500.
b) ( ) 2000.
c) ( ) 2500
d) ( ) 3000.

Texto das questões 9 e 10.

Determinação da distância entre dois pontos no plano cartesiano.
Considere o plano cartesiano e os pontos $A(x_a,y_a)$ e $B(x_b, y_b)$. A medida do segmento que une esses pontos é chamada de distância entre A e B.



A distância entre os pontos A e B é a hipotenusa do triângulo retângulo formado por catetos “$x_b - x_a$” e “$y_b - y_a$”.

Aplicando o teorema de Pitágoras temos:

$$d^2_{AB=}\left(x_b - x_a\right)^2 + (y_b - y_a)^2$$

$$\boxed{d_{AB=}\sqrt{\left(x_b - x_a\right)^2 + (y_b - y_a)^2}}$$

Portanto, a distância entre os pontos A(x_a, y_a) e B(x_b, y_b) é definida pelo comprimento do segmento representado por d_{AB} e tem medida dada por:

$$\boxed{d_{AB=}\sqrt{\left(x_b - x_a\right)^2 + (y_b - y_a)^2}}$$

O ponto médio de um segmento

As coordenadas do ponto médio do segmento AB é calculado fazendo a média aritmética das coordenadas, ou seja;

$$M_{AB} = \left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2}\right)$$

Exemplo:

Dados os pontos A (1, 3) e Q (7, 11), determine:
a) A distância entre eles;
b) As coordenadas do ponto médio entre eles.

a) $\boxed{d_{AB=}\sqrt{\left(x_b - x_a\right)^2 + (y_b - y_a)^2}}$

$$d_{AB=}\sqrt{\left(7-1\right)^2 + (11-3)^2}$$

$$d_{AB=}\sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$d_{AB=}\sqrt{100} = 10$$

b) $M_{AB} = \left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2}\right)$

$$M_{AB} = \left(\frac{1+7}{2}, \frac{3+11}{2}\right)$$

$$M_{AB} = \left(\frac{8}{2}, \frac{14}{2}\right)$$

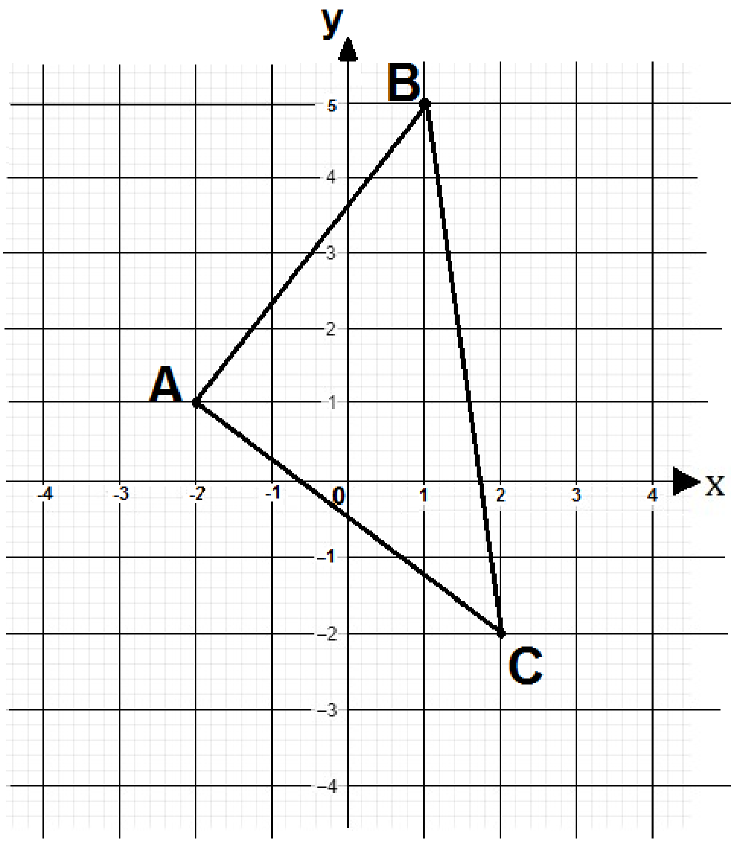
$$M_{AB} = \left(4, 7\right)$$

9) Dados os pontos nos itens abaixo, determine a distância entre eles e as coordenadas do ponto médio entre eles.

a) A(2,2) e B(5,6);

b) C(9,2) e D(4, -10).

10) Sabemos que um triângulo é isósceles se dois de seus três lados possuírem medidas iguais.
Dado o triângulo ABC no plano cartesiano a seguir.



a) Calcule as medidas de seus lados.

b) Verifique se é isósceles.