

8º ANO

MATEMÁTICA

Superintendência de
Educação Infantil e
Ensino Fundamental

Secretaria de
Estado da
Educação



6ª QUINZENA – 3º CICLO

(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano.

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

Tema/ objeto de conhecimento: Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais

ESTUDO DAS GRANDEZAS

Uma Grandeza em matemática é tudo aquilo que pode ser medido e contado. Por exemplo, o tempo, a velocidade, o volume, a quantidade de homens em uma obra etc. O que não pode ser medido e nem contado não é uma grandeza. Exemplo: O amor, a saudade, a imaginação etc.

Portanto, nosso estudo trata-se das grandezas mensuráveis (que podem ser medidas ou contadas) e da forma com a qual se relacionam.

Dizemos que duas grandezas “x” e “y” são **diretamente proporcionais (G.D.P.)** quando existe uma relação do tipo $y = k \cdot x$, com x positivo e “k” constante positiva, chamada de constante ou coeficiente de proporcionalidade.

Um exemplo que ilustra essa situação é a relação do espaço “S” e o tempo “T” em um movimento retilíneo e uniforme.

Um corpo em movimento retilíneo e uniforme tem velocidade constante e igual a 20 km/h. Veja a tabela a seguir.

Tempo (h)	Espaço (km)
1 hora	20 km
2 horas	40 km
3 horas	60 km
4 horas	80 km

Note que à medida que o tempo aumenta o espaço aumenta na mesma proporção, ou seja, se o tempo dobra o espaço também dobra, se o tempo triplica o espaço também triplica etc.

A relação matemática entre o espaço e o tempo é dada por: $\frac{S}{T} = 20$ ou $S = 20 \cdot T$.

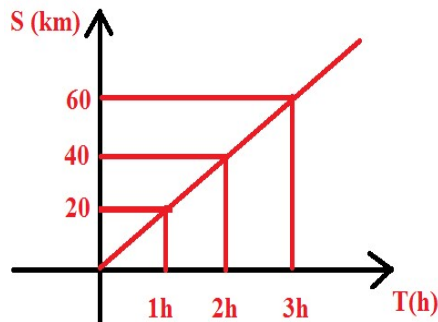
Na primeira expressão matemática, o quociente entre o espaço (S) e o tempo (T) é um valor constante igual a 20, o que nos revela uma importante relação entre Grandezas Diretamente Proporcionais (G.D.P.).

Se duas grandezas são diretamente proporcionais então o quociente (divisão) entre elas é sempre um valor constante e positivo.

Na segunda expressão matemática, a relação entre o espaço (S) e o tempo (T) é do tipo $y = k \cdot x$, ou seja:

$$\left. \begin{array}{l} S = 20 \cdot T \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ y = k \cdot x \end{array} \right\} \text{com } k > 0$$

Podemos também observar que o gráfico entre duas grandezas diretamente proporcionais é uma reta que parte da origem. Considerando a tabela acima, temos o gráfico a seguir.



Sempre que o gráfico entre duas determinadas grandezas for uma reta crescente que parte da origem (com o exemplo acima), as grandezas são diretamente proporcionais.

Dois grandezas “x” e “y” são **inversamente proporcionais (G.I.P.)** quando existe uma relação do tipo $y = k/x$ ou $y \cdot x = k$, com $x > 0$ e “k” constante positiva, ou seja, y é diretamente proporcional ao inverso de x.

Um exemplo que nos mostra esta situação é a relação da velocidade “V” e o tempo “T” em um movimento retilíneo e uniforme.

Um corpo em movimento retilíneo e uniforme percorre um espaço de 30 km. Isso significa que, de acordo com a tabela a seguir, temos:

Velocidade (km/h)	Tempo (h)
30 km/h	1h
15 km/h	2h
10 km/h	3h
60 km/h	0,5h

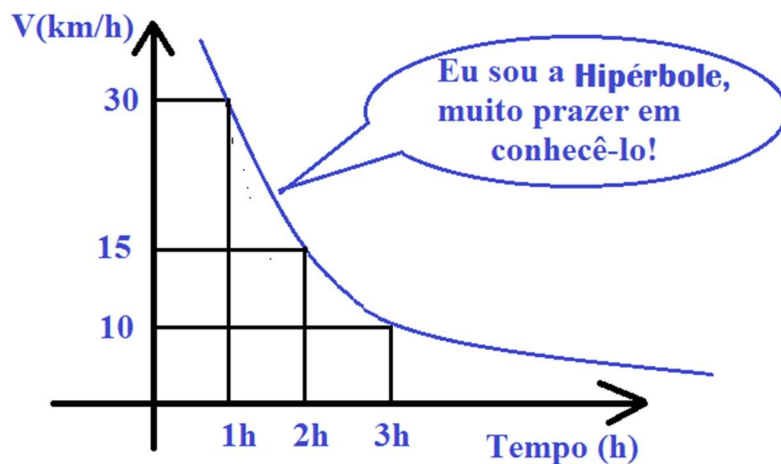
Neste caso, à medida que o tempo aumenta, a velocidade diminui na mesma proporção, ou seja, se o tempo dobra, a velocidade diminui pela metade, se o tempo triplica, a velocidade diminui para um terço, ou ainda, se a velocidade dobra o tempo diminui pela metade etc.

A relação matemática entre a velocidade e o tempo é dada por: $V = \frac{30}{T}$ ou $30 = V \cdot T$.

Na segunda expressão matemática, o produto entre a velocidade (V) e o tempo (T) é constante “k = 30”, um valor constante e positivo. Isso nos revela uma importante relação entre Grandezas Inversamente Proporcionais (G.I.P):

Se duas grandezas são inversamente proporcionais então o produto (a multiplicação) entre elas é sempre um valor constante e positivo.

Podemos também observar que o gráfico entre duas grandezas inversamente proporcionais é uma curva denominada hipérbole.



Podemos observar também que, sempre que o gráfico entre duas grandezas formar uma hipérbole estas grandezas serão inversamente proporcionais.

Observação: Em uma relação do tipo: $\frac{A \cdot B}{C} = k$, sendo $k > 0$, entre as grandezas A, B e C temos que:

- A e B são inversamente proporcionais, o produto entre elas é constante, com C constante;
- A e C são diretamente proporcionais, o quociente entre elas é constante, com B constante.

Neste caso, a grandeza A é diretamente proporcional à C e inversamente proporcional B.

ATIVIDADES

01) Determine, em cada caso, se a relação entre as grandezas é de proporção direta (D) ou inversa (I).

- a) () A força do Superman e a quantidade de caminhões que poderá levantar.
- b) () O número de máquinas trabalhando para o Homem de Ferro e o tempo que levam para construir um foguete.
- c) () A velocidade do Flash e o tempo que ele leva para fazer uma viagem de Brasília a São Paulo.
- d) () A velocidade de um ônibus e a distância percorrida por ele em três horas.
- e) () A quantidade de ração e o número de animais que podem ser alimentados com ela durante uma semana.
- f) () O volume da piscina do Hulk e o tempo necessário para enchê-la.
- g) () O número de linhas por página e o total de páginas de um livro do Dr. Estranho.
- h) () A eficiência de um grupo de operários e o tempo necessário para executarem certo serviço.
- i) () A dificuldade de uma tarefa de Hércules e o tempo necessário para o herói executá-la.
- j) () A facilidade de uma tarefa de Hércules e o tempo necessário para o herói executá-la.
- k) () A força da teia do Homem Aranha e a quantidade de carga que ela pode suportar.
- l) () O número de horas trabalhadas por dia e o número de dias necessário para fazer certo trabalho.

02. Julgue os itens abaixo em VERDADEIROS ou FALSOS.

I () Dadas duas grandezas diretamente proporcionais, quando uma delas aumenta a outra também aumenta na mesma proporção.

II () Dadas duas grandezas diretamente proporcionais, quando uma delas diminui a outra aumenta na mesma proporção.

III () Dadas duas grandezas inversamente proporcionais, quando uma delas aumenta a outra diminui na mesma proporção.

IV () Dadas duas grandezas inversamente proporcionais, quando uma delas diminui a outra também diminui na mesma proporção.

03) Julgue os itens abaixo em CERTOS ou ERRADOS.

I () Se duas grandezas X e Y são tais que ao duplicarmos o valor de X, o valor de Y também duplica, então X e Y são grandezas diretamente proporcionais.

II () Se duas grandezas X e Y são tais que ao reduzirmos para um terço o valor de X, o valor de Y também reduz para um terço, então X e Y são grandezas inversamente proporcionais

III () Se duas grandezas X e Y são tais que ao triplicarmos o valor de X, o valor de Y fica reduzido para um terço do que era, então X e Y são grandezas inversamente proporcionais.

IV () Se X é uma grandeza inversamente proporcional à grandeza Y, então Y é diretamente proporcional a X.

V () Se duas grandezas X e Y são tais que ao aumentarmos o valor de X em n unidades, o valor de Y também aumenta em n unidades, então X e Y são grandezas diretamente proporcionais. Logo, para que duas grandezas sejam diretamente proporcionais elas sempre aumentam na mesma quantidade.

04) Aplicando o conhecimento de grandezas direta ou inversamente proporcionais, julgue os itens abaixo:

a) () Na expressão $\text{densidade} = \frac{\text{massa do corpo}}{\text{volume do corpo}}$, a densidade (D) é diretamente proporcional á massa do corpo, para um volume do corpo constante.

b) () Ainda na expressão $\text{densidade} = \frac{\text{massa do corpo}}{\text{volume do corpo}}$, a densidade (D) é inversamente proporcional ao volume do corpo, para um valor constante da massa do corpo.

c) () Se duas grandezas são diretamente proporcionais, então o quociente entre elas é constante.

d) () Na expressão $\text{Força} = \frac{\text{massa do corpo}}{\text{aceleração}}$, se a massa do corpo dobra e a aceleração também dobra então a força exercida pelo conjunto também dobra.

05) Na batcaverna e utilizando seu batcomputador, Batman tenta desvendar o código de desarmamento de uma bomba que foi encontrada em Gotam, colocada por um de seus velhos inimigos: o Charada! Ele verifica que determinados símbolos como Ω , \oplus e Δ , funcionam como operadores da seguinte expressão matemática:

$$\Omega = \frac{\oplus}{\Delta}$$

Ao analisar cuidadosamente a fórmula, batman percebeu que:

(A) () Ao dobrar o valor de \oplus , os valores de Ω e Δ também vão dobrar, por serem todos diretamente proporcionais.

(B) () Se Δ for um valor constante então Ω e \oplus se relacionam como grandezas inversamente proporcionais.

(C) () Se \oplus for um valor constante então Ω e Δ se relacionam como grandezas inversamente proporcionais.

(D) () Se Ω for um valor constante então Δ e \oplus se relacionam como grandezas inversamente

proporcionais.

06) Perseu perguntou a Hércules, qual seria a fórmula para conseguir ter sua força. Hércules então respondeu:

- “Minha força é diretamente proporcional ao quadrado da força do Leão da Nemeia e também diretamente proporcional à rapidez da Hidra de Lerna e ainda seria inversamente proporcional ao medo das amazonas”.

Sendo ‘L’ a força do Leão da Nemeia, e ‘R’ a rapidez da Hidra de Lerna e ainda ‘M’ medo das amazonas, então, sendo k é uma constante de proporcionalidade.

A força ‘H’ de Hércules é calculado a partir da expressão.

(A) $\frac{H \times L^2 \times R}{M} = k$, com k constante positiva.

(B) $\frac{H}{L^2 \times R \times M} = k$, com k constante positiva.

(C) $\frac{H \times M}{L^2 \times R} = k$, com k constante positiva.

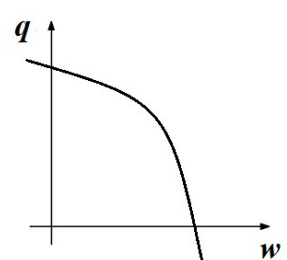
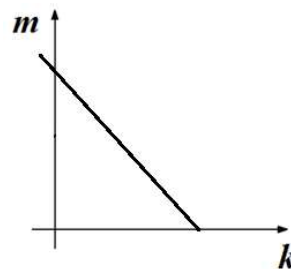
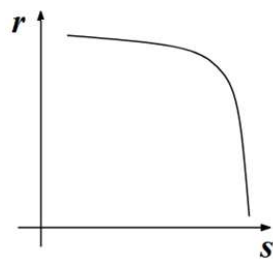
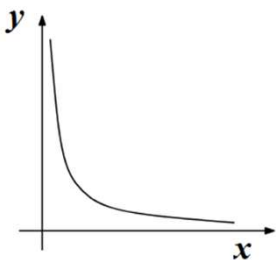
(D) $\frac{H \times R}{L^2 \times M} = k$, com k constante positiva.

Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Doze_trabalhos_de_Hércules. Consulta feita em 28/09/20.



Leão de Nemeia, de J. M. Félix Magdalena

07) Um professor de ciências pediu a seus alunos para analisar os gráficos a seguir.



Analisando corretamente os gráficos, os alunos perceberam que as grandezas que se relacionam de maneira inversamente proporcional são

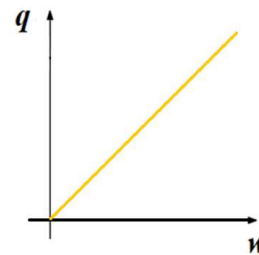
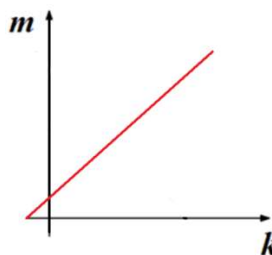
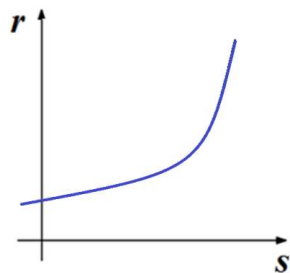
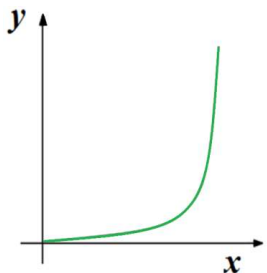
(A) x e y.

(C) m e k.

(B) r e s.

(D) q e w.

08) Um professor de matemática pediu a seus alunos para analisar os gráficos a seguir.



Analisando corretamente os gráficos, os alunos perceberam que as grandezas que se relacionam de maneira diretamente proporcional são

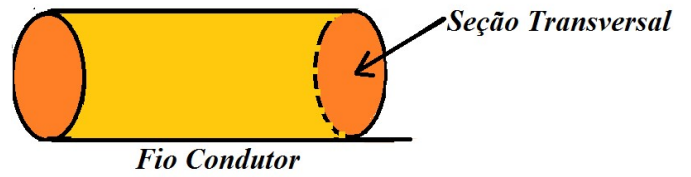
(A) x e y.

(C) m e k.

(B) r e s.

(D) q e w.

09) O professor de ciências do 8º ano estava explicando que todos os materiais são condutores de eletricidade, porém alguns são bons condutores e outros são maus condutores. A resistência elétrica de um determinado fio de um material condutor é inversamente proporcional à área A de sua seção transversal, ou seja, quanto maior for a “grossura do fio” menor será sua resistência em conduzir eletricidade.



Nestas condições o gráfico que representa a resistência elétrica R em função da área A do fio condutor é

