9º ANO	Superintendência de Educação Infantil e Ensino Fundamental · Secretaria de Estado da Educação · Somos todos GOIÁS
MATEMÁTICA	

ATIVIDADE 4

Tema: Estudo de eventos probabilísticos

Habilidades Essenciais: Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

Estudo de eventos probabilísticos.

A parte da matemática que estuda o número de possibilidades de um evento ocorrer é denominada de Análise Combinatória. Em uma linguagem simplificada, a Análise Combinatória é a arte de contar. Nem sempre contar é um processo simples. Por exemplo:

No sorteio da Mega-Sena são sorteadas 6 dezenas escolhidas entre os números inteiros 1 e 60. De quantas formas distintas pode-se fazer essa escolha?

Logo de início podemos perceber que existe um número muito grande de possibilidades para montarmos um jogo em uma cartela e que é necessária certa técnica para determinarmos quantas possibilidades existem.

No entanto, tendo feito um determinado número x de jogos, um apostador passa a ter a chance de acertar os números que serão sorteados. Perceba que quanto maior for a quantidade de x, maior será a chance de acertar e receber o prêmio. O cálculo de quanto é essa “chance” é denominado de **probabilidade.**

Entendemos portanto que, para calcular a quantidade de possibilidades de ocorrência de um determinado acontecimento usamos os métodos de contagem da **Análise Combinatória**. Porém, quando queremos saber qual a chance de acontecer um resultado ou um conjunto de resultados específicos em meio a todas as possibilidades existentes, estaremos diante a Probabilidade de ocorrência desse ou desses resultados.

Probabilidade de um evento

Primeiramente temos que entender alguns conceitos preliminares.

- **Espaço amostral (U)**: é o conjunto de todos os resultados possíveis do experimento.

Por exemplo: O lançamento de um dado com seis faces.
Neste caso, o conjunto de possibilidades de resultados é U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

Perceba que para um conjunto com muitas possibilidades de resultados podemos lançar mão da Análise Combinatória para contar o número de elementos desse conjunto.

- **Evento (E)** é qualquer subconjunto do espaço amostral.

Por exemplo:
a) Evento 1 => faces números pares: {2, 4, 6};
b) Evento 2 => faces números múltiplos: {3, 6};
c) Evento 3 => faces números divisores de 60: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
d) Evento 4 => faces números múltiplos de 7: { }

Cálculo da Probabilidade: Seja um espaço amostral U e E um de seus eventos, denomina-se probabilidade do evento E o número P(E) obtido fazendo-se o quociente entre o número de elementos do evento E e o número de elementos do espaço amostra (U).

$$\boxed{\mathrm{P}(A) = \frac{n^{\underline{o}}(E)}{n^{\underline{o}}(U)}}$$

No exemplo anterior:

a) A probabilidade de obter um número par**:** $P(\text{Par}) = \text{P}(E_1) = \frac{n^{\underline{o}}(E_1)}{n^{\underline{o}}(U)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$;

b) A probabilidade de obter um múltiplo de 3**:** $P(M_{(3)}) = \text{P}(E_2) = \frac{n^{\underline{o}}(E_2)}{n^{\underline{o}}(U)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}3\%$;

c) A probabilidade de obter um divisor de 60: $P(D_{(60)}) = \text{P}(E_3) = \frac{n^{\underline{o}}(E_3)}{n^{\underline{o}}(U)} = \frac{6}{6} = 1 = 100\%$;

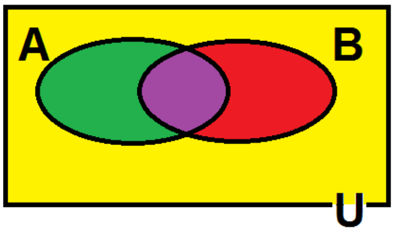
d) A probabilidade de obter um múltiplo de 7: $P(M_{(7)}) = \text{P}(E_4) = \frac{n^{\underline{o}}(E_4)}{n^{\underline{o}}(U)} = \frac{0}{6} = 0 = 0\%$;

Podemos perceber que se o evento tem todos os elementos do espaço amostral sua probabilidade é 1 ou 100% e é chamado de evento certo. Se o evento é uma subconjunto vazio do espaço amostral sua probabilidade é zero "0" e é chamado de evento impossível, assim:

$$\boxed{0 \leq \text{P}(E) \leq 1 \text{ ou } 100\%}$$

<u>Adição de Probabilidades (UNIÃO)</u>

Se A e B são dois eventos de mesmo espaço amostral.



Podemos escrever que o número de elementos de AUB é dado pela expressão:

$$\text{A} \cup \text{B} = \text{A} + \text{B} - \text{A} \cap B$$

dividindo por U, temos:

$$\frac{A \cup B}{U} = \frac{A}{U} + \frac{B}{U} - \frac{A \cap B}{U}$$

por definição:

$$\boxed{P(A \cup B) = \text{P}(A) + \text{P}(B) - \text{P}(A \cap B)}$$

Observação:

✓ Se A ∩ B = ∅ ⇒ P(AUB) = P(A) + P(B), os eventos A e B são dijuntos.

Exemplo 02. Em uma pesquisa realizada sobre a preferência entre determinadas redes sociais, foram consultadas 470 alunos de uma escola estadual e o resultado foi que 250 preferem a rede "F", 170 preferem a rede "I" e 50 gostam das duas. Escolhendo ao acaso um dos entrevistados, qual a probabilidade deste ter:

a) preferência pelas redes F e I, simultaneamente?
b) preferência pelas revistas F ou I?

Solução:

No item "a", a pergunta diz respeito à interseção entre os conjuntos: P(F ∩ I) $= \frac{50}{470} = \frac{5}{47}$.

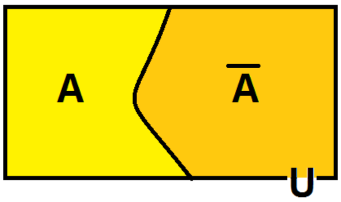
No item "a", a pergunta diz respeito à união entre F e I:

$$P(F \cup I) = \text{P}(F) + \text{P}(I) - \text{P}(F \cap I) = \frac{250}{470} + \frac{170}{470} - \frac{50}{470} = \frac{370}{470} = \frac{37}{47}.$$

<u>Probabilidade de Eventos Complementares</u>: Sejam A e $\bar{\text{A}}$ dois eventos complementares, então:

A ∪ $\bar{\text{A}}$ = U, ou seja, quando unidos o resultado é o universo;

A ∩ $\bar{\text{A}}$ = Ø, não possuem elementos em comum.



$$\boxed{P(A) + P(\overline{A}) = 1}$$

Observação: “O somatório de todas as probabilidades de um experimento é sempre igual a 1 ou 100%”.

Exemplo 03. Em uma sala de aula existem 17 alunos dos quais 7 são homens. Seu uma pessoa desta sala for sorteada para uma determinada apresentação de um trabalho, qual a probabilidade dela:
a) ser uma mulher;
b) não ser uma mulher.
Solução:

$$a)\text{ ser uma mulher} \Rightarrow P(M) = \frac{10}{17}.$$
$$b)\text{ não ser uma mulher} \Rightarrow P(\overline{M}) = 1 - \frac{10}{17} = \frac{17-10}{17} = \frac{7}{17}.$$

06. <u>Multiplicação de Probabilidades</u>

Se um acontecimento Δ é composto por vários eventos **SUCESSIVOS** e **INDEPENDENTES**, de tal modo que:

o 1º evento é A e sua probabilidade e P(A);
o 2º evento é B e sua probabilidade é P(B);
o 3º evento é C e sua probabilidade é P(C);
. . . . .
o K-ésimo evento é K e sua probabilidade é P(K),

então, a probabilidade de que os eventos A, B, C, ... , K do acontecimento Δ ocorram **NESSA ORDEM** é:

$$\boxed{P(\Delta) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot \ldots \cdot P(K)}$$

Exemplo 04. Em um baralho de 52 cartas, quatro cartas são retiradas aleatoriamente, sucessivamente e sem reposição. Deixando os cálculos indicados, determine a probabilidade de as cartas retiradas serem:
a) 4 damas;
b) um ás, um valete, uma dama e um rei, nessa ordem;
c) três cartas de paus e uma de ouros, nesta ordem.♣♠
Resolução:

$$a)\ \text{4 damas}$$
$$\Rightarrow P(4Q) = P(1^aQ) \cdot P(2^aQ) \cdot P(3^aQ) \cdot P(4^aQ) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} \cdot \frac{1}{49};$$
$$b)\text{ um ás, um valete, uma dama e um rei, nessa ordem;}$$
$$\Rightarrow P(\underbrace{\text{A, J, Q, K}}_{\text{NESTA ORDEM}}) = P(A) \cdot P(J) \cdot P(Q) \cdot P(K) = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{51} \cdot \frac{4}{50} \cdot \frac{4}{49};$$
$$c)\text{ três cartas de paus e uma de ouros, nesta ordem.}$$
$$\Rightarrow P(\underbrace{\text{P, P, P, O}}_{\text{NESTA ORDEM}}) = P(P) \cdot P(P) \cdot P(P) \cdot P(O) = \frac{13}{52} \cdot \frac{12}{51} \cdot \frac{11}{50} \cdot \frac{13}{49}$$

ATIVIDADES

01) A probabilidade de um dos cem números 1, 2, 3, 4, ..., 100 ser múltiplo de 6 e de 10 ao mesmo tempo é:
a) ( ) 3%.
b) ( ) 6%.
c) ( ) 2%.
d) ( ) 10%.

02) Em uma pesquisa realizada sobre a preferência de duas revistas, foram consultadas 400 pessoas e o resultado foi que 200 leem a revista A, 150 leem B e 60 leem as duas revistas.
Escolhendo ao acaso um dos entrevistados, qual a probabilidade de ter:
a) preferência pelas revistas A e B?
b) preferência pelas revistas A ou B?

03) Em um determinado setor de um hospital, a probabilidade de um indivíduo estar com Covid 19 é estimada em 70/1000, a probabilidade dele estar com Pneumonia é 40/1000 e a probabilidade de um indivíduo estar com a duas doenças é de 15/1000.
Nesse caso, "estar com Pneumonia" não exclui a possibilidade de "estar com a COVID 19".
Com base nessas informações, a probabilidade de um indivíduo, escolhido ao acaso, ser mudo ou cego é igual a:
a) ( ) 0,095.
b) ( ) 0,070.
c) ( ) 0,040.
d) ( ) 0,015.

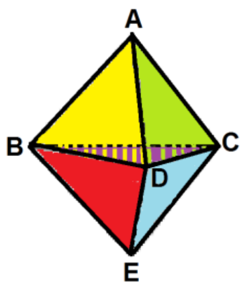
04) Uma fábrica produz sucos com os seguintes sabores: uva, pêssego e laranja. Considere uma caixa com 12 garrafas desses sucos, sendo 4 garrafas de cada sabor.
Retirando-se, ao acaso, 2 garrafas dessa caixa, uma após a outra. Nestas condições, a probabilidade de que ambas garrafas sejam de uva é:
a) ( ) 1/3.
b) ( ) 1/12.
c) ( ) 1/11.
d) ( ) 1/4.

05) Uma caixa contém 15 bolas, sendo que 4 são azuis, 5 são vermelhas e 6 são brancas. Três bolas serão retiradas dessa caixa, uma após a outra e sem reposição. Nestas condições.
Determine a probabilidade de as bolas retiradas serem:
a) todas azuis;
b) todas vermelhas;
c) todas brancas:

06) Um jovem, querendo telefonar para sua namorada, percebe que esqueceu o último dígito do número da moça, e então decide tentar acertar o dígito que falta na sorte.
Qual a probabilidade de o jovem acertar o último dígito que falta só na terceira tentativa?

07) Dado um poliedro com 5 vértices e 6 faces triangulares, escolhem-se ao acaso três de seus vértices.

A probabilidade de que os três vértices escolhidos pertençam à mesma face do poliedro é:
a) ( ) 3/10.
b) ( ) 1/6.
c) ( ) 3/5.
d) ( ) 1/5.



08) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso.
Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?
a) ( ) 1/100
b) ( ) 19/100
c) ( ) 20/100
d) ( ) 21/100

09) Numa classe com 60 alunos, 40 estudam Matemática, 25 estudam Ciências e 10 estudam Matemática e Ciências.

Se um aluno for sorteado ao acaso, determine a probabilidade desse um aluno:

a) estudar Matemática;

b) estudar Ciências;

c) estudar Matemática e Ciências;

d) estudar Matemática ou Ciências;

e) não estudar nem Matemática e nem Ciências.

10) Em uma escola existem 80 alunos do 1º ano, 70 alunos do 2º ano e 50 alunos do 3º ano. Serão sorteados 3 alunos para um congresso estudantil em Brasília. Nestas condições, qual a probabilidade de sortear um aluno de cada série?

"A persistência é o caminho do êxito."
Charles Chaplin