

ATIVIDADE 13

Tema: Expressões algébricas que expressam regularidades observadas em sequências de números.

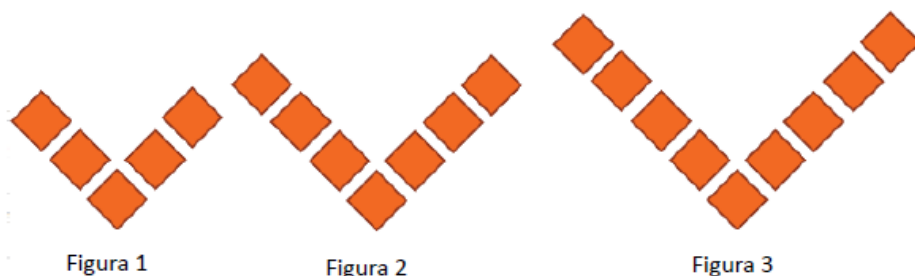
NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

SEQUÊNCIAS

Você já estudou que, em uma sequência numérica, os termos estão organizados e apresentados em uma determinada ordem, respeitando um padrão (uma regra de formação).

Considere a sequência de figuras a seguir:



Esta sequência segue um padrão e é fácil identificar que a 4ª figura da sequência é formada por 11 quadradinhos, veja:



Figura 4

Podemos construir uma tabela que relacione a posição de cada figura e a quantidade de quadrados que a compõe, observe:

Figura	1	2	3	4	5
Quantidade de quadrados	5	7	9	11	13

Analisando esta tabela conclui-se que existe um padrão: a quantidade de quadrados da sequência de figuras começa com 5 e a partir da segunda figura é a quantidade anterior mais 2.

Podemos escrever uma expressão algébrica que represente a quantidade de quadrados que compõe a figura de acordo com a sua posição. Observe:

Posição da Figura	Quantidade de quadrados
1	$2 \cdot 1 + 3 = 5$
2	$2 \cdot 2 + 3 = 7$
3	$2 \cdot 3 + 3 = 9$
4	$2 \cdot 4 + 3 = 11$
5	$2 \cdot 5 + 3 = 13$

Considerando p como sendo a posição da figura, a quantidade de quadrados que compõe a figura de posição p pode ser expressa por:

$$2p + 3, \text{ ou seja, o dobro da posição } p \text{ mais } 3.$$

Nessa expressão algébrica, como p pode assumir diversos valores, ele nos passa a ideia de ser variável (para cada posição p encontramos um valor numérico diferente para a expressão). E usando esta expressão, podemos encontrar a quantidade de quadrados de qualquer figura, para isso, basta substituir o valor de p pelo número correspondente a posição da figura.

Como por exemplo, a Figura 100, terá:
 $2 \cdot 100 + 3 = 203$ quadrados

SEQUÊNCIAS RECURSIVAS E NÃO RECURSIVAS

As **sequências não recursivas** são aquelas que não dependem de termos anteriores, pode-se determinar o valor de um elemento da sequência apenas pela sua posição.

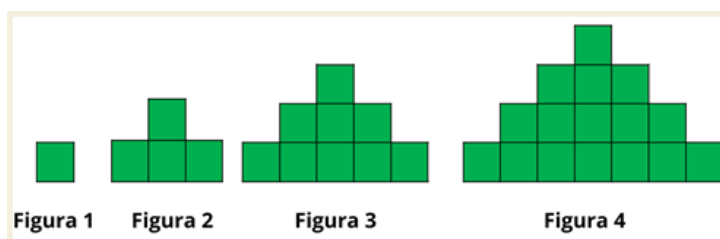


Figura 1: $1^2 = 1$

Figura 2: $2^2 = 4$

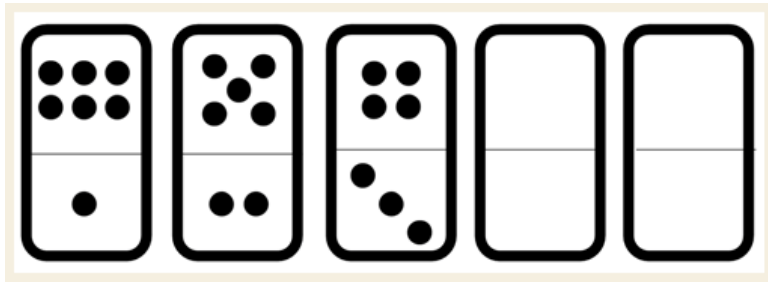
Figura 3: $3^2 = 9$

Figura 4: $4^2 = 16$

Outro exemplo, na sequência (7, 14, 21, 28...) não é necessário saber o último termo para determinar o seguinte. Observando atentamente, essa sequência é formada pelos múltiplos de 7.

Desse modo, as **seqüências recursivas** são aquelas que dependem de termos anteriores para determinarmos o próximo termo. A mais conhecida dessa classificação é a seqüência de Fibonacci.

Observe a seqüência de peças de dominó a seguir.



Consegue perceber quantas bolinhas aparecerão nas peças seguintes?

Parte superior: 6, 5, 4, 3 e 2

O termo seguinte é resultado do anterior reduzido de uma unidade.

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = a_1 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$a_3 = a_2 - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$a_4 = a_3 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$a_5 = a_4 - 1 = 3 - 1 = 2$$

Portanto a expressão algébrica que representa a lei de formação desta seqüência para um número n qualquer é $a_n = a_{n-1} - 1$

Parte inferior: 1, 2, 3, 4 e 5

O termo seguinte é resultado do anterior adicionado à uma unidade.

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$a_3 = a_2 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$a_4 = a_3 + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$a_5 = a_4 + 1 = 4 + 1 = 5$$

Portanto a expressão algébrica que representa a lei de formação desta seqüência para um número n qualquer é $a_n = a_{n-1} + 1$

ATIVIDADES

1. Observe a seqüência a seguir.



a) Quantos losangos devem compor as duas próximas figuras mantendo o padrão dessa seqüência?

b) Elabore um quadro que relacione a posição da figura e o número de losango que a compõe.

c) Quantos losango devem conter as figuras que ocupam as posições 10 e 11?

d) Qual é a expressão algébrica que descreve o padrão dessa sequência?

2. Uma escola proporciona aos seus estudantes um jogo mensal de perguntas e respostas entre as turmas. Os estudantes perceberam que as regras de pontuação seguem uma lógica. Observe o registro de algumas pontuações ocorridas no jogo.

8º ANO B										
Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pontos	9	18		36			63			

a) Observando a regularidade, como ficaria a quantidade de pontos para a turma que acertar a 3ª, 5ª, 6ª, 8ª, 9ª e 10ª questão?

b) Qual o padrão seguido para se obter o número de pontos de acordo com a ordem de cada questão?

c) Escreva uma expressão algébrica que possibilite determinar a quantidade de pontos para este jogo.

d) Qual seria a pontuação para a turma que acertar a 14ª questão?

3. As variáveis n e P assumem valores conforme mostra a figura abaixo.

n	5	6	7	8	9	10
P	9	11	13	15	17	19

A relação entre P e n é dada pela expressão

(A) $P = n + 1$.

(B) $P = 2n + 1$.

(C) $P = 2n - 1$.

(D) $P = n - 1$.

4. Escreva a expressão que relaciona as variáveis T e n em cada sequência numérica apresentada nas tabelas a seguir.

a)

n	1	2	3	4	5
T	3	6	11	18	27

b)

n	4	5	6	7	8
T	9	16	25	36	49

c)

n	3	4	5	6	7
T	7	9	11	13	15

d)

n	5	6	7	8	9
T	13	16	19	22	25

5. Enumere cada sequência numérica na coluna da direita de acordo com as respectivas expressões que as representam na coluna da esquerda.

$$T = n^2 + n \quad (\text{I})$$

Termo (T)	2	6	12	20	30
Posição (n)	1	2	3	4	5

()

$$T = (n - 1)^2 \quad (\text{II})$$

Posição (n)	1	2	3	4	5
Termo (T)	2	5	8	11	14

()

$$T = (n + 1)^2 + n + 1 \quad (\text{III})$$

Posição (n)	1	2	3	4	5
Termo (T)	6	12	20	30	42

()

$$T = 3n - 1 \quad (\text{IV})$$

Termo (T)	0	1	4	9	16
Posição (n)	1	2	3	4	5

()

6. Em um famoso prédio de 100 andares, há quatro elevadores que atendem a andares diferentes. O primeiro e o segundo elevador atendem aos 50 primeiros andares, sendo o primeiro para os andares pares e o segundo para os andares ímpares. O terceiro e o quarto elevadores atendem aos andares de 51 a 100, sendo o terceiro para os pares e o quarto para os ímpares.

A expressão algébrica que expressa a sequência dos andares atendidos pelo quarto elevador, sendo n um número natural maior que zero, é

(A) $49 + 2n$.

(C) $51 + 2n$.

(B) $50 + 2n$.

(D) $52 + 2n$.

7. A professora de Vitória lhe passou uma sequência para a realização de uma atividade. Essa sequência está representada no quadro abaixo.

Posição (n)	1	2	3	4	5
Termo	3	5	7	9	11

Para essa atividade, Vitória deve encontrar duas expressões algébricas diferentes que descrevam os termos dessa sequência de acordo com a posição n que ocupam nela. As expressões encontradas por Renan estão apresentadas abaixo.

I	II	III	IV
$n^2 + 2$	$2n + 1$	$3n - (n + 1)$	$2(n - 1) + 3$

Quais dessas expressões atendem à atividade passada pela professora de Vitória?

(A) I e II.

(C) II e III.

(B) I e IV.

(D) II e IV.

8. O professor do oitavo ano inventou uma brincadeira diferente, que chamou de caça-sequência. A atividade parece muito com um caça-palavras, mas, no lugar das letras no quadro, há números e, em vez de procurar por palavras, procura-se por sequências recursivas de sete números, na vertical (de cima para baixo) ou na horizontal (da esquerda para a direita). No caça-sequência a seguir há duas sequências recursivas. Em uma delas, cada termo, a partir do segundo, é formado pela adição do termo anterior a 5. Em outra, cada termo, a partir do segundo, é formado pela adição do termo anterior a 3.

1	1	2	3	4	5	6
3	4	5	7	8	10	12
4	8	8	10	10	10	18
5	9	11	16	18	18	24
6	11	14	21	22	28	30
7	12	17	22	27	32	37
8	16	20	23	28	36	42

Encontre as duas sequências recursivas citadas no caça-sequência acima e escreva a expressão algébrica que representa a lei de formação de cada uma delas.
