9º ANO	
MATEMÁTICA	

ATIVIDADE 14

Tema: Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo. Ponto médio de um segmento de reta. Distância entre dois pontos quaisquer. Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas.

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

Razões trigonométricas no triângulo retângulo

A trigonometria no triângulo retângulo é o estudo sobre os triângulos que possuem um ângulo interno de 90°, chamado de ângulo reto.

A trigonometria é a ciência responsável pelas relações estabelecidas entre os triângulos. Eles são figuras geométricas planas compostas de três lados e três ângulos internos.

O triângulo retângulo é formado pelos catetos, que são os lados do triângulo que formam o ângulo reto. São classificados em: cateto adjacente e cateto oposto em relação ao ângulo oposto a cada cateto. Hipotenusa é o lado oposto ao ângulo reto, sendo considerado o maior lado do triângulo retângulo.

Observe o triângulo retângulo a seguir:

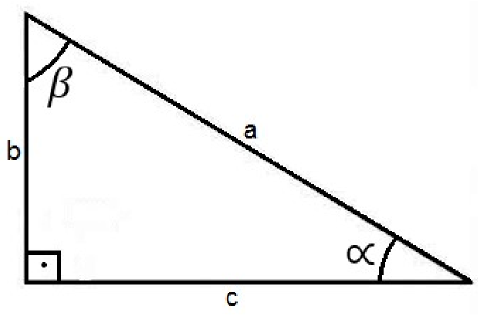


Figura elaborada pelo autor

Nesse triângulo temos a hipotenusa cuja medida está sendo representada por “a”. As medidas dos catetos por “b” e “c”. O cateto que mede “b” é oposto ao ângulo $\propto$ e adjacente ao ângulo β. Já o cateto que mede “c”, é oposto ao ângulo β e adjacente ao ângulo $\propto$.

As razões trigonométricas são as relações existentes entre os lados de um triângulo retângulo. As principais são o seno, o cosseno e a tangente.

O seno de um ângulo, é a razão entre a medida do cateto oposto a este ângulo e a medida da hipotenusa. No triângulo acima, temos:

$$Sen(\propto) = \frac{b}{a} \text{ e } Sen(\beta) = \frac{c}{a}$$

O cosseno de um ângulo, é a razão entre a medida do cateto adjacente a este ângulo e a medida da hipotenusa. No triângulo acima, temos:

$$Cos(\propto) = \frac{c}{a} \text{ e } Cos(\beta) = \frac{b}{a}$$

A tangente de um ângulo, é a razão entre a medida do cateto oposto a este ângulo e a medida do cateto adjacente ao mesmo ângulo. No triângulo acima, temos:

$$Tg(\propto) = \frac{b}{c} \text{ e } Tg(\beta) = \frac{c}{b}$$

Resumo:

$$\text{Seno} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{Cosseno} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \text{Tangente} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

Alguns ângulos aparecem com mais frequência, e são chamados de ângulos notáveis. Conhecer o seno, o cosseno e a tangente de cada um facilita nosso estudo.

Relações Trigonométricas	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Tabela elaborada pelo autor

Uma relação métrica importante que devemos relembrar nesse estudo, é o Teorema de Pitágoras: a soma dos quadrado das medidas dos catetos de um triângulo retângulo, é igual ao quadrado da medida de sua hipotenusa:

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2}$$

Para saber mais, se possível, assista ao vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=UWt_mc84t38

Ponto médio de um segmento de reta

O ponto médio de um segmento de reta é o ponto que separa o segmento em duas partes com medidas iguais.

O segmento de reta possui inúmeros pontos alinhados, mas somente um deles divide o segmento em duas partes iguais. A identificação e a determinação do ponto médio de um segmento de reta serão dados pelas sentenças a seguir:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ e } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

onde $A(x_A;\ y_A)$ e $B(x_B;\ y_B)$ são as extremidades do segmento e $M(x_M;\ y_M)$ é o ponto médio do segmento AB.

Exemplo:
Dadas as coordenadas dos pontos A(2; 4) e B(6; 8) pertencentes ao segmento AB, determine as coordenadas do ponto médio desse segmento.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

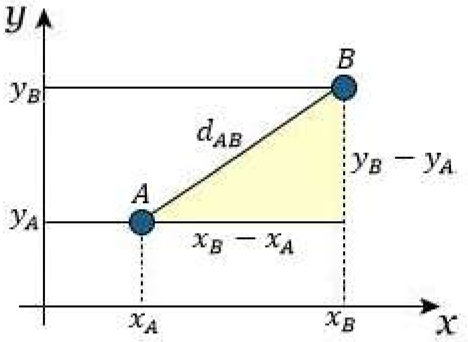
$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4+8}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Para saber mais, se possível, assista ao vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=gvD6t8z_4U8

Distância entre dois pontos no plano cartesiano

A distância entre dois pontos está relacionada a uma medida considerada dentro plano cartesiano que liga um ponto A a um outro ponto B a uma certa distância, sendo considerada a menor distância entre esses pontos. Para calcular essa medida basta utilizar a seguinte fórmula (Desenvolvida através do Teorema de Pitágoras):

Considerando os pontos traçados dentro de plano cartesiano, sendo eles $A(x_A;\ y_A)$ e $B(x_B;\ y_B)$, a fórmula é expressa da seguinte forma:



$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Figura elaborada pelo autor

O plano mostrado na figura acima, apresenta os pontos A e B, onde a distância entre eles é mostrada em diagonal em relação aos eixos X e Y com destaque para suas coordenadas nesses eixos. Observamos que com as coordenadas marcadas, tem-se um triângulo ABC, com características de um triângulo retângulo, sendo sua hipotenusa o segmento formado pelos pontos AB. Portanto, para encontrar a medida desse segmento pode-se utilizar o Teorema de Pitágoras.

Exemplo: Dados os pontos A (2,4) e B (6,7), determine a distância entre eles.

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$
$$d_{AB} = \sqrt{(6-2)^2 + (7-4)^2}$$
$$d_{AB} = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$
$$d_{AB} = \sqrt{16+9}$$
$$d_{AB} = \sqrt{25}$$
$$d_{AB} = 5$$

Para saber mais, se possível, assista ao vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=SEGRy9152ik

Notação científica

Uma maneira de uniformizar a forma de escrever valores, que pode ser usada com igual eficiência tanto para números muito grandes, quanto para números muito pequenos é chamada de *notação científica*. É importante lembrar que iremos utilizar as propriedades de potenciação para trabalharmos com as notações científicas.

Essa forma de representação utiliza números naturais de 1a 9, com 1 ≤ a ≤ 9, multiplicado por potências de base 10 com expoentes inteiros (ora positivos, ora negativos).

$$a \cdot 10^n$$

Exemplos:

- A velocidade da luz é em torno de 300 000 de km/s ou 300 000 000 m/s.

Esse valor pode ser escrito, na forma científica, como $3 \cdot 10^8$ m/s.

- A medida de um **raio** atômico, é em geral, medido em nanômetros (1 nanômetro é igual à bilionésima parte de um **metro** (10^{-9} **m**)).

Portando um nanômetro é 0,000 000 001m ou, em notação científica, $1{,}0\ \cdot 10^{-9}$ m.

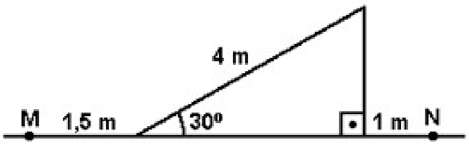
Para saber mais, se possível, assista ao vídeo:
https://www.youtube.com/watch?v=IOgeC4ElSlo

Atividades

1. Queremos encostar uma escada de 8 m de comprimento numa parede, de modo que ela forme um ângulo de 60° com o solo. A que distância da parede devemos apoiar a escada no solo?

2. Determine o seno, o cosseno e a tangente do menor ângulo do triângulo retângulo cujos catetos medem 3 cm e 4 cm.

3. (PUC-RS-Adaptada) Uma bola foi chutada do ponto M, subiu a rampa e foi até o ponto N, conforme a figura a seguir.



A distância percorrida pela bola entre M e N, subindo a rampa e descendo verticalmente no final da rampa, é igual a

(A) 4,2 m.
(B) 4,5 m.
(C) 5,9 m.
(D) 8,5 m.

4. Dadas as coordenadas dos pontos A (3; 5) e B (7; 9) pertencentes ao segmento AB, determine as coordenadas do ponto médio desse segmento.

5. Dadas as coordenadas dos pontos P (-2; 7) e Q (6; -3) pertencentes ao segmento PQ, determine as coordenadas do ponto médio desse segmento.

6. Determine a distância entre os pontos A (4; 5) e B (12; 11).

7. Determine a distância entre os pontos A (1; 2) e B (3; -8).

8. Escreva os números a seguir, em notação científica, usando as potências de base 10.

a) 1000 =
b) 10.000.000 =
c) 0,001 =
d) 0,01 =
e) 1.000.000 =
f) 0,0001 =

9. Escreva as seguintes quantidades de grandezas a seguir, na forma de notação científica:

a) 560 000 000 000 000 000 000 m =

b) 0, 000 000 000 000 000 8 g =

c) 745 000 000 000 L=

d) 31415949232471 s =

e) 0, 000 000 000 000 000 46 kg =

f) 80.400 mL =

10. A escola da Marlene dista de sua casa 7800 m. Escreva, em notação científica o valor que representa o percurso de ida e volta, em cm.