

### ATIVIDADE 15

Tema: Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

### Transformações geométricas e plano cartesiano

Transformações Geométricas são “movimentos” ou mudanças que podemos fazer em uma figura dada, de modo que possamos obter figuras iguais ou semelhantes às originais.

Plano Cartesiano é composto de dois eixos: um horizontal (eixo das abscissas ou eixo x) e um vertical (eixo das ordenadas ou eixo y). Nele, podemos representar um ponto utilizando um par ordenado. Veja na figura a seguir, o ponto A de coordenadas (4; 2) representado no plano cartesiano.

#### Plano cartesiano

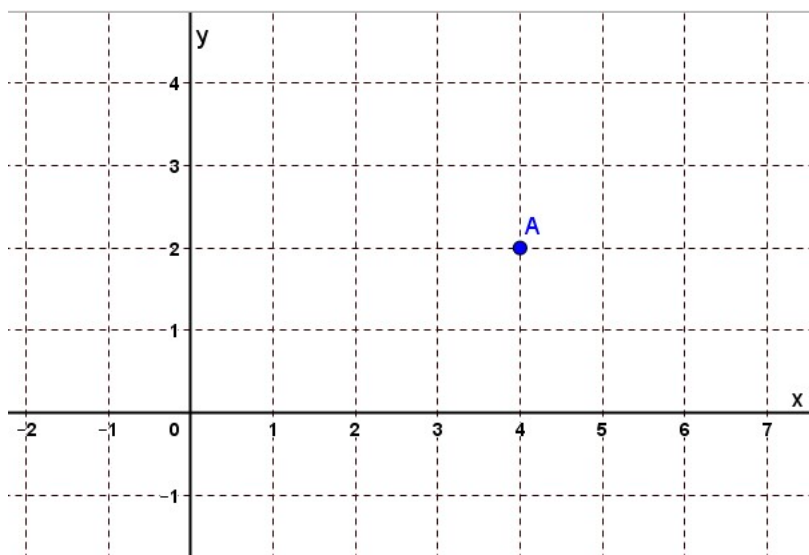


Figura elaborada pelo autor.

Podemos também, representar um polígono no plano cartesiano, associando seus vértices a pares ordenados. Observe, a seguir, a representação do polígono de vértices A(1, 2), B(2, 4), C(4, 2) e D(3, 1).

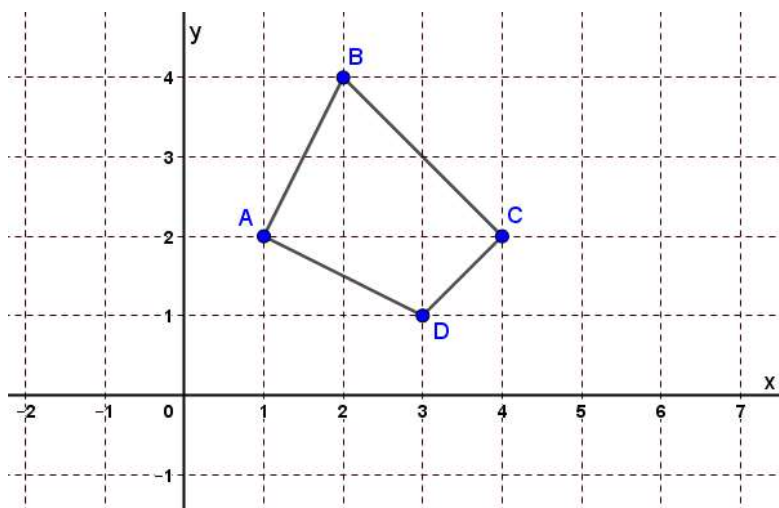


Figura elaborada pelo autor.

## Transformações geométricas no plano cartesiano

Considere o losango ABCD, em que as coordenadas de seus vértices são A(1, 1), B(2, 3), C(4, 4) e D(3, 2). Observe que, se multiplicarmos as coordenadas dos vértices desse polígono por 2, obteremos assim os pontos A'(2, 2), B'(4, 6), C'(8, 8) e D'(6, 4), que são as coordenadas dos vértices do losango A'B'C'D'. Notem que o losango A'B'C'D' representa a ampliação do losango ABCD.

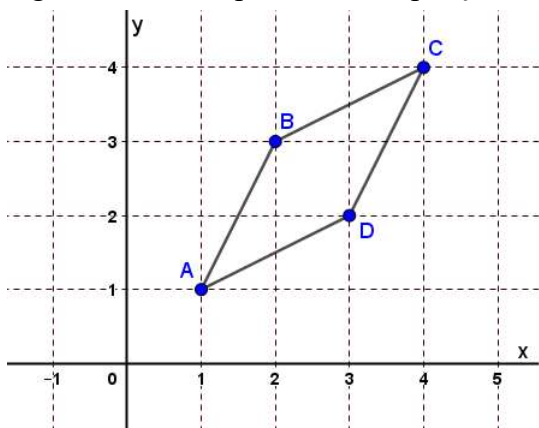


Figura elaborada pelo autor.

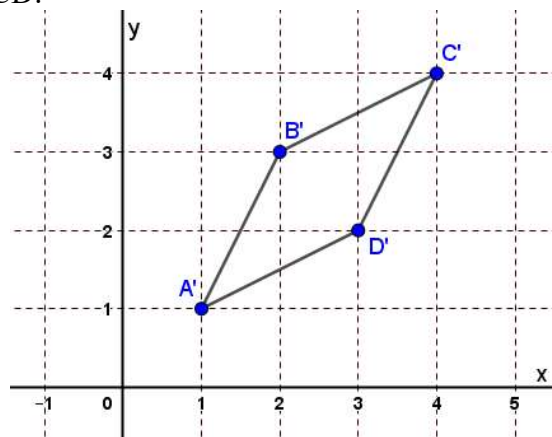


Figura elaborada pelo autor.

Como já foi explicado no primeiro parágrafo, as transformações geométricas são “movimentos” ou mudanças que podemos fazer em uma figura dada, de modo que possamos obter figuras iguais ou semelhantes às originais.

Quando se realiza alguma transformação geométrica podem ocorrer duas situações:

- A figura obtida é exatamente igual à figura original;
- A figura mantém o formato do original, mas é maior ou menor.

Quando a forma e as medidas são preservadas, isto é, a figura é igual à figura original, as transformações que realizamos são chamadas de **isometrias**. Agora, quando a figura é ampliada ou reduzida, ou seja, quando a forma é mantida, mas as medidas são alteradas, a transformação realizada é chamada de **homotetia**.

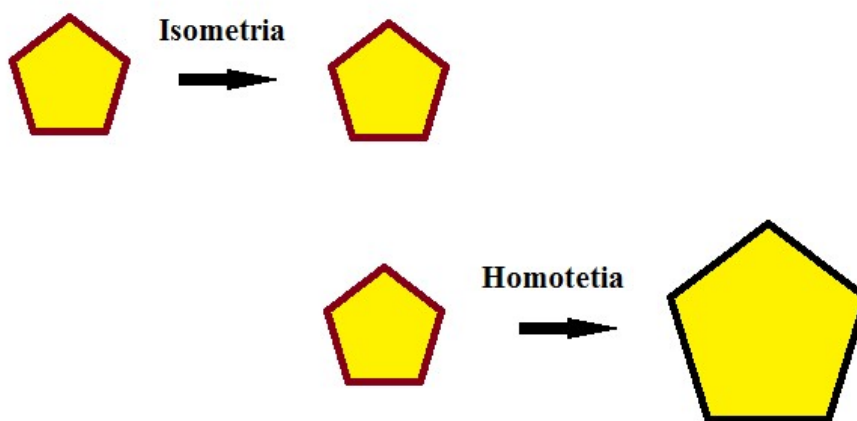


Figura elaborada pelo autor.

As **isometrias** (ou **simetrias**) podem modificar a posição de uma figura no plano, mas produzem sempre figuras que têm a mesma forma e as mesmas medidas, ou seja, produzem **figuras congruentes** à original. Iremos estudar aqui, as simetrias de translação, reflexão e rotação.

Quando se aplica a **homotetia** em alguma figura, as características principais, como a forma e os ângulos, são preservadas; mas o tamanho da figura sofre alterações, isto é, a figura é ampliada ou reduzida. Se produz assim **figuras semelhantes**.

## Translação

A translação é a isometria pela qual a figura é deslocada em determinada direção e sentido, mantendo uma distância entre cada um dos pontos da figura original e o correspondente da figura obtida. Na figura a seguir, o triângulo DEF é congruente ao triângulo ABC.

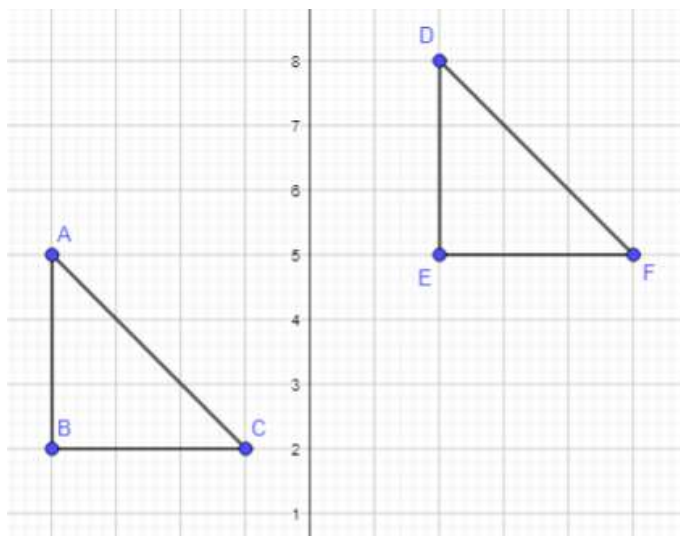


Figura elaborada pelo autor.

## Reflexão

Uma figura pode ser refletida em um plano de dois modos: em relação a uma reta ou em relação a um ponto.

Na figura a seguir, o triângulo DEF foi obtido do triângulo ABC a partir da reflexão em relação à reta  $r$  indicada. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação à reta  $r$ , que é o eixo de reflexão ou eixo de simetria, e que o triângulo DEF é a imagem do triângulo ABC. A simetria em relação a uma reta é chamada de **simetria axial**.

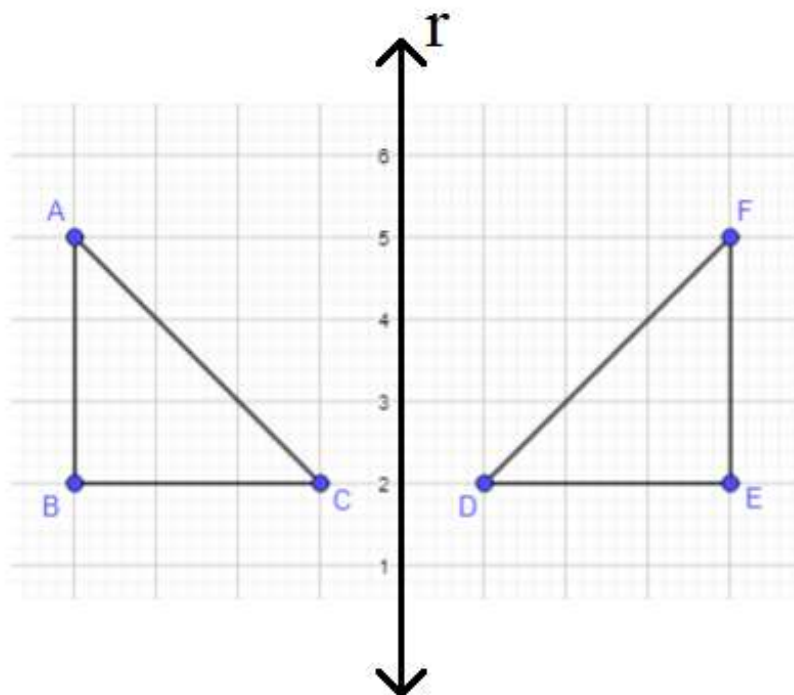


Figura elaborada pelo autor.

Na figura a seguir, o triângulo DEF foi obtido do triângulo ABC a partir da reflexão em relação ao ponto P indicado. Dizemos que esses dois triângulos são simétricos em relação ao ponto P. A simetria em relação a um ponto é chamada de **simetria central**.

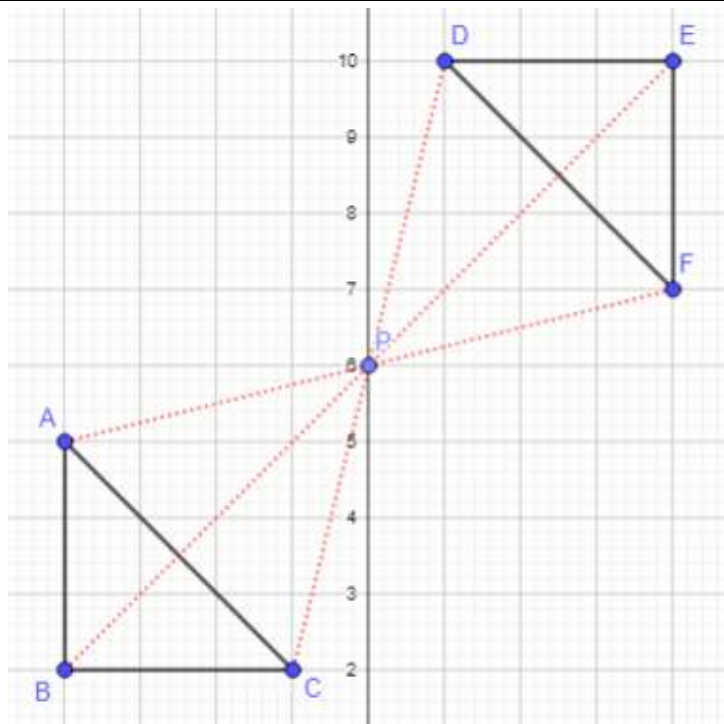


Figura elaborada pelo autor.

## Rotação

A rotação é a isometria pela qual uma nova figura é obtida a partir de um giro da figura original ao redor de um único ponto fixo. Esse ponto é chamado de centro de rotação. Em uma rotação, o giro pode ser feito no sentido horário ou no sentido anti-horário, segundo certo ângulo. Na figura a seguir, o triângulo CDE foi obtido do triângulo ABC a partir da rotação em relação ao ponto C indicado. A rotação foi de aproximadamente  $37^\circ$  no sentido horário. A rotação pode ser também no sentido anti-horário e em torno de um ponto que não pertença a figura.

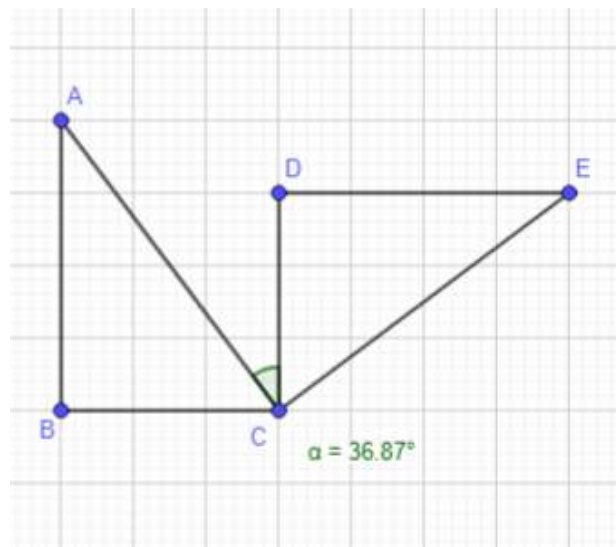


Figura elaborada pelo autor.

Se prestarmos atenção poderemos perceber que as simetrias estão ao nosso redor, seja na natureza ou naquilo que foi construído pelo homem. Aprecie um pouco as imagens a seguir, e com seu professor, identifique as simetrias:







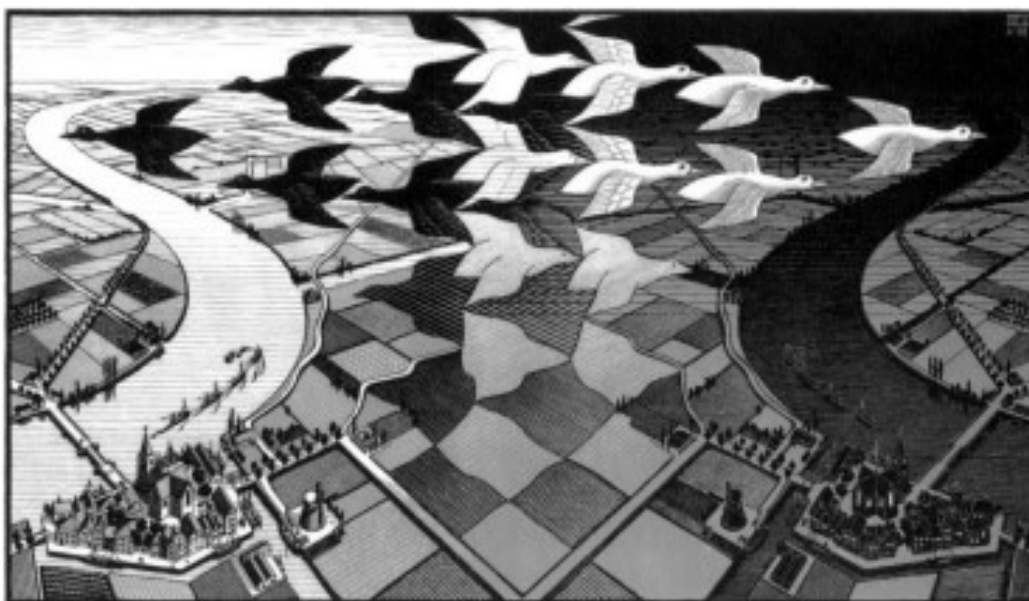
Fonte: <https://br.freepik.com/> Acesso em 31/08/

### Curiosidade!!!

No que diz respeito à Geometria das Transformações, Maurits Cornelis Escher, artista holandês (1898 – 1972) utilizou-as significativamente em seus estudos e mostrou ser, além de grande artista, um matemático hábil e especializado. Escher, famoso por manipular a geometria visando traçar desenhos com paradoxos visuais, preenchimento regular do plano, explorações do infinito e as metamorfoses - padrões geométricos entrecruzados que se transformam gradualmente para formas completamente diferentes. Utilizou simetrias de reflexão, de rotação, de translação e composição destas simetrias em suas obras. Uma das principais contribuições da obra deste artista está na sua capacidade de gerar imagens com impressionantes efeitos de ilusões de ótica, com notável qualidade técnica e estética, tudo isto, respeitando as regras geométricas do desenho e da perspectiva. Escher, em seus desenhos, fazia uso do plano bidimensional no papel, proporcionando certas mudanças nos traços, mas sem alterar o polígono original. Surgindo assim uma gama de possibilidades. Foi considerado um artista matemático, sobretudo geométrico. Dia e Noite - Além de todos os aspectos geométricos – figura que apreciamos a seguir, provoca uma reflexão sobre as nossas próprias "migrações", sobre o que levamos e o que deixamos de cada uma delas, e o mais importante: o que fazemos com todas essas mudanças. (O mundo mágico de Escher – exposição):



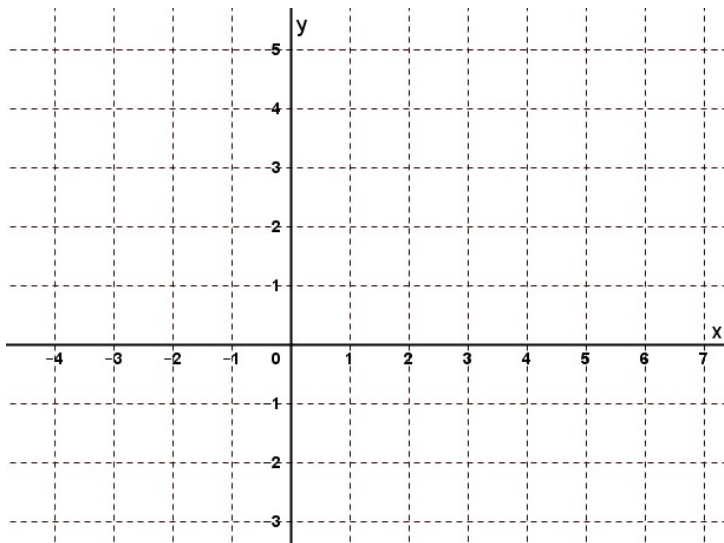
Fonte: <https://br.freepik.com/> Acesso em 31/08/2021



Fonte: <https://www.ime.unicamp.br/> Acesso em 01/09/2021

## Atividades

1. Marque no plano cartesiano a seguir, os pontos: A (3, 2), B (-1, 0), C (0, -3) e D (-2, -2).



2. Quais são as coordenadas dos vértices do trapézio ABCD, logo abaixo?

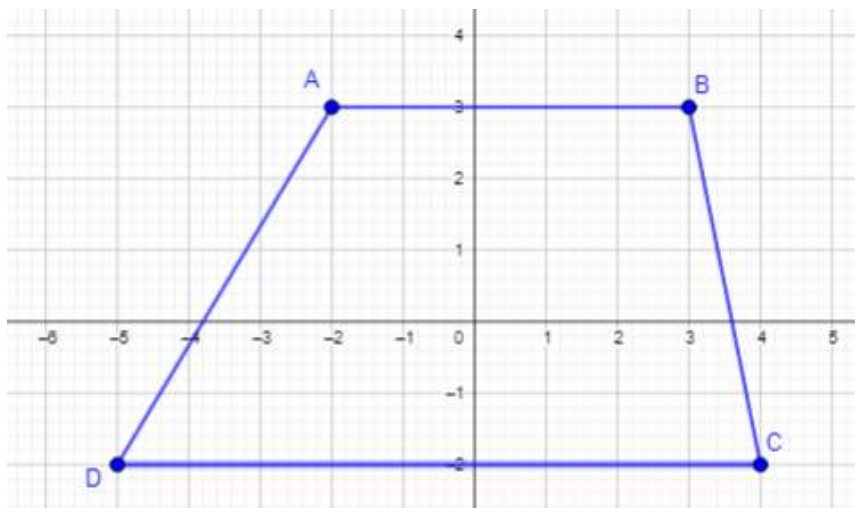


Figura elaborada pelo autor.

3. Considere o triângulo ABC representado a seguir.

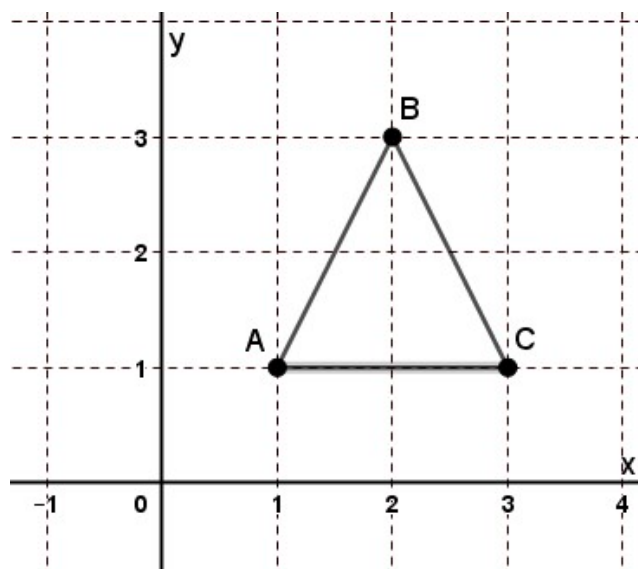


Figura elaborada pelo autor.

a) Quais são as coordenadas dos vértices desse triângulo?

b) Ao multiplicar as coordenadas dos vértices desse triângulo por 2, a figura obtida corresponderá a uma ampliação ou uma redução?

c) Quais as coordenadas dos vértices da figura obtida (triângulo)?

d) Represente essa figura (triângulo) em um plano cartesiano.

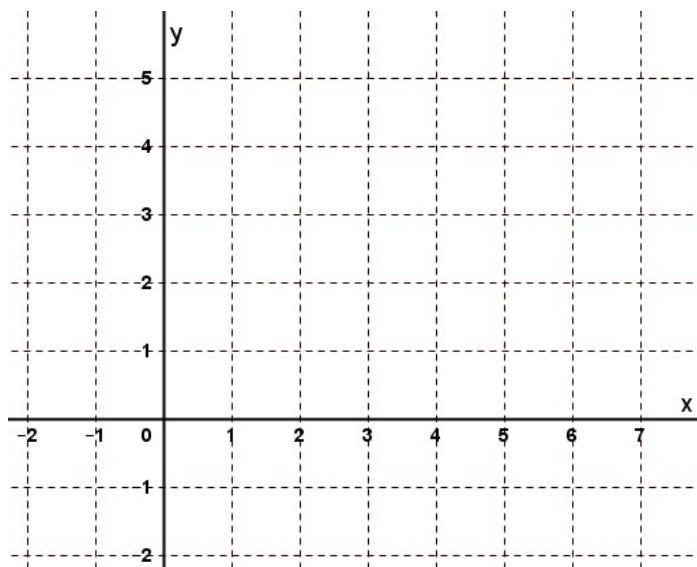


Figura elaborada pelo autor.

4. O triângulo representado a seguir representa a ampliação do triângulo ABC.

Quais são as possíveis coordenadas dos vértices do triângulo original?

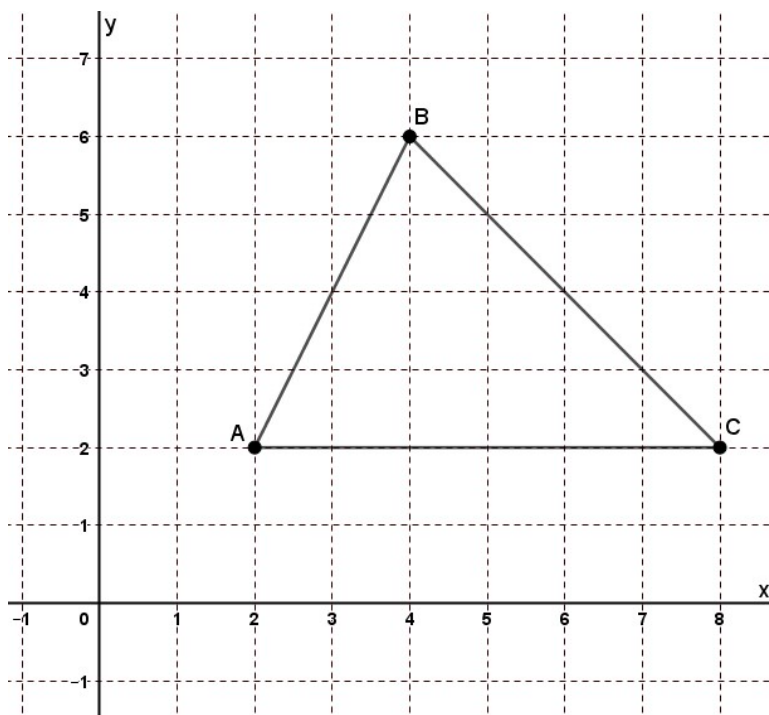


Figura elaborada pelo autor.

5. Observe a imagem e responda.

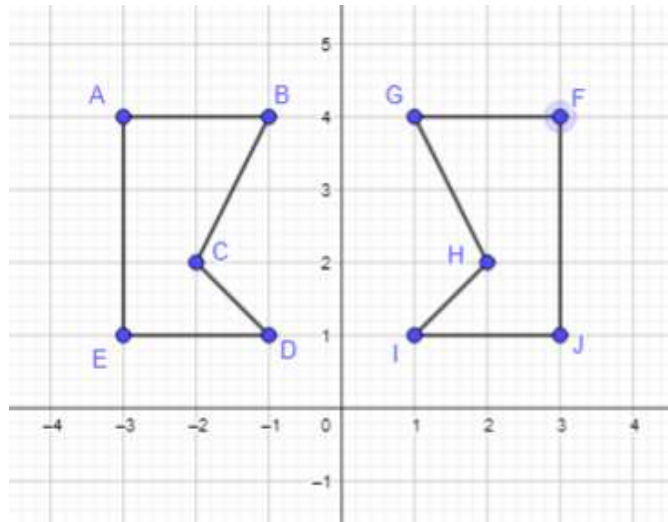


Figura elaborada pelo autor.

Com qual tipo de isometria foi obtido o pentágono FGHIJ?

6. Quais são as coordenadas dos vértices do polígono DEF simétrico ao triângulo ABC, em relação à origem do plano cartesiano?

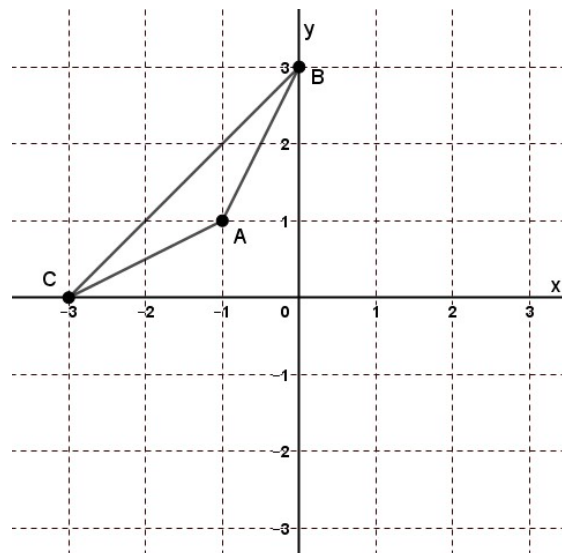


Figura elaborada pelo autor.

7. Na figura abaixo, o triângulo DEF é imagem do triângulo ABC. Qual foi a transformação geométrica utilizada no triângulo ABC para se obter o triângulo DEF?

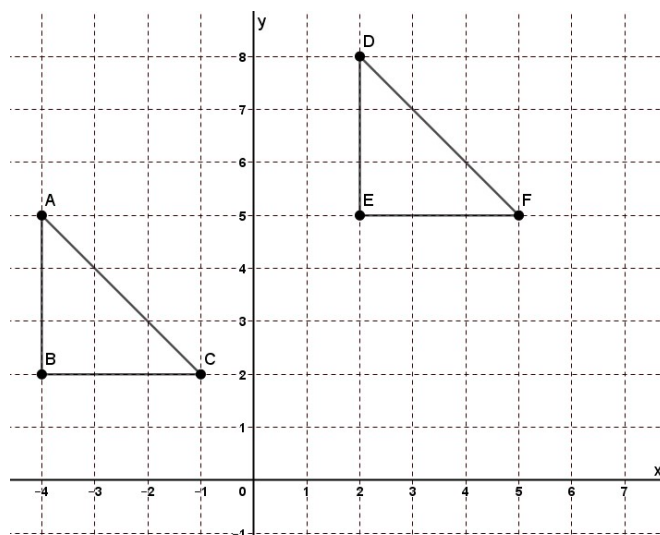


Figura elaborada pelo autor.



8. Quantos eixos de simetria possui o quadrado a seguir?

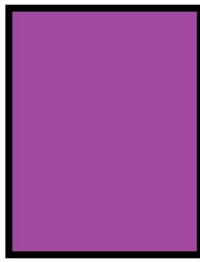


Figura elaborada pelo autor.

9. Escreva o ângulo e o sentido da rotação realizada no triângulo ABC em torno da origem do plano ponto O, para se determinar o triângulo ADE:

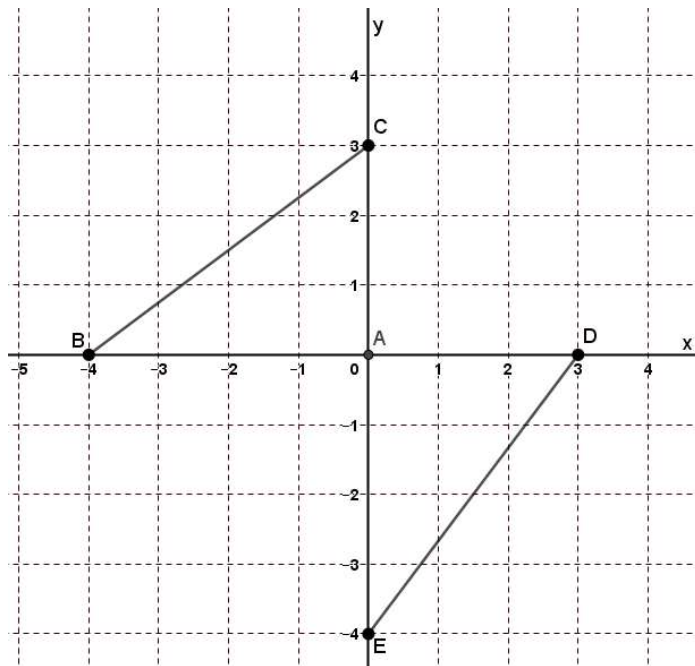


Figura elaborada pelo autor.

10. Analisando as obras de Escher:



Fonte: <https://www.ime.unicamp.br/> Acesso em 01/09/2021

- Quanto à forma e tamanho, o que podemos observar sobre os pássaros claros e escuros?
- Qual transformação geométrica identificamos na obra?