DC-GOEM NA PRÁTICA!

1ª série
Ensino Médio

4º Bimestre

Professor/a

Matemática e suas Tecnologias

Recurso Didático para o(a) Professor(a)

DC-GOEM NA PRÁTICA!

ESTADO DE GOIÁS
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Lincoln Graziani Pereira da Rocha

Secretária de Estado de Educação
Aparecida de Fatima Gavioli Soares Pereira

Superintendente de Ensino Médio
Osvany da Costa Gundim Cardoso

Gerente de Produção de Materiais
Vanuse Batista Pires Ribeiro

Gerente de Ensino Médio
Itatiara Teles de Oliveira

Coordenadora Geral de Gerência de Produção de Material para Ensino Médio
Alessandra Nery da Silva

Coordenadora de Currículo e Produção de Materiais para Ensino Médio
Telma Antônia Rodrigues Alves

ELABORADORES/AS

Linguagens e suas Tecnologias
Joanede Aparecida Xavier de Souza Fé - Coordenadora de Área
Aline Folly Faria Monteiro - Arte /Música
Elaene Lopes Carvalho - Língua Estrangeira/ Inglês
Fernanda Moraes de Assis – Arte/ Artes Visuais
Ivair Alves de Souza - Língua Portuguesa
Luciana Evangelista Mendes – Língua Estrangeira/ Espanhol
Luzia Mara Marcelino - Língua Portuguesa
Mara Veloso de Oliveira Barros - Arte /Artes Cênicas

Onira de Ávela Pinheiro Tancrede - Artes / Teatro

Rosane Christina de Oliveira - Educação Física - Arte / Dança

Renato Ribeiro Rodrigues - Educação Física - Arte / Dança

Matemática e suas Tecnologias

Henrique Carvalho Rodrigues – Coordenador de Área

Alexsander Costa Sampaio

Silvio Coelho da Silva

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Pedro Ivo Jorge de Faria – Coordenador de Área

Alexandre Rodrigues Bernardes - Filosofia

Carlos César Higa – Sociologia

Fernanda Serbêto – História

Gustavo Henrique José Barbosa – Sociologia/Filosofia

Ione Apolinário Pinto – Geografia

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Núbia Pontes Pereira – Coordenadora de Área

Francisco Rocha – Física

Ítalo Rodrigues Guedes - Física

Leonardo Dantas Vieira – Física

Murilo Pereira Ramos – Biologia

Rosimeire Silva de Carvalho – Química

Sandra Marcia de Oliveira Silva – Biologia

Sara Giselle de Cassia Alexandre Gondim – Biologia

Equipe de Revisão

Elaine Nicolodi

Vanuse Batista Pires Ribeiro

Designer Gráfico

Hugo Leandro de Leles Carvalho – capa

Edição e publicação do NetEscola e Drives de Gerência de Produção de Material para Ensino Médio

Jhonatan César Alcântara Araújo

Equipe de Diagramação

Alessandra Nery da Silva

Jhonatan César Alcântara Araújo

Sara Giselle de Cassia Alexandre Gondim

Matemática e suas Tecnologias

CAPÍTULO 01 – MOMENTO 01 – MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT507A) Reconhecer situações que envolvem padrões numéricos em diferentes contextos, compreendendo a ideia de sequência (PA) para resolver problemas cotidianos.

(GO-EMMAT507C) Analisar as propriedades inerentes a PA e suas aplicações, deduzindo suas fórmulas essenciais (termo geral, termo médio, soma dos primeiros termos, entre outras), para otimizar o uso de cada fórmula associada a uma situação problema.

(GO-EMMAT507D) Associar PAs a funções afins de domínios discretos, empregando estratégias e recursos, como padrões, experimentações e diferentes tecnologias, para analisar as propriedades, deduzir fórmulas e/ou resolver problemas de diversos contextos.

(GO-EMMAT507E) Modelar problemas que envolvem padrões aritméticos associados a PA, investigando dados e informações apresentadas em textos de natureza socioeconômica, técnico-científicas etc. para solucionar questões cotidianas.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Funções afins.

Sequências numéricas: progressões aritméticas (P.A.).

DESCRITOR SAEB/SAEGO

Resolver problema envolvendo uma função do 1º grau.

Resolver problema envolvendo P.A. dada a fórmula do termo geral.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

Recomposição: Inserção Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

FUNÇÕES AFINS

Uma maneira agradável de estudarmos funções afim, é partindo de exemplificações corriqueiras, como, “um automóvel que tem como referências de movimento, a sua velocidade, a sua posição de partida. Imaginemos então, que um automóvel em movimento retilíneo e uniforme (velocidade constante e diferente de zero) tenha o seu comportamento avaliado a partir do instante zero na posição 50 m de uma trajetória imaginária. Digamos que sua velocidade é constante e tem o valor de 20 m/s. Como podemos escrever uma função, digamos, horária desse movimento? No estudo de Física, você aprendeu que em um movimento retilíneo e uniforme (M.R.U.), a função horária do movimento é dada por $S = S_0 + V.T$, onde S e S_0, representam as posições final e inicial desse automóvel, enquanto, V e T se apresentam como velocidade e tempo, respectivamente.

Dentro desse contexto, temos o seguinte:

S =? (m) posição final do automóvel.
S_0 = 50 (m) posição inicial do automóvel.
T =? (s) instante do móvel em dada posição.
V = 20 (m/s) velocidade do móvel em toda e qualquer posição.

Vamos lá, então!

$$S = S_0 + V.T$$

$$S = 50 + 20.T$$

Se observamos, $f(x) = b + ax$ (função afim) se equipara com essa função horária.

Daí, temos:
S = f(x)
$S_0 = 50 = b$
V = 20 = a
T = x
Então, qualquer que seja o valor atribuído à T, é definida a posição desse automóvel. Assim como, qualquer valor de t altera o valor de S, qualquer que seja o valor de x, altera o valor da função $f(x)$.

$$\boldsymbol{f(x) = 50 + 20x \leftrightarrow S = 50 + 20.T}$$

Observando a teoria dentro da atividade comentada, a função afim tem uma aplicação muito intensa em outras áreas de conhecimento.
Podemos dizer que

$$\mathbf{f(x) = b + ax \leftrightarrow S = S_0 + V.T}$$

b e a são valores pré-fixados, onde a tem que ser diferente de zero, conhecidos como coeficientes numéricos, e uma vez definidos, ficam fixos. Então a função f(x) está literalmente dependente do valor atribuído à x.
O estudo da Progressão Aritmética (P.A.) aplica essa situação, tanto que se tivermos o 1º termo e a razão, o termo a ser definido a_n dependerá de n.

$$\boldsymbol{a_n = a_1 + (n-1).r}$$

Vamos a um modelo sobre isso:
É dada uma P.A. (8, 10, 12, ...), defina o termo geral dessa P.A.
Resolvendo:
Razão $r = a_2 - a_1 = 10 - 8 = 2$
1º termo $a_1 = 8$

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_n = 8 + (n-1).2$$

$$a_n = 8 + 2n - 2$$

$$a_n = 6 + 2n \leftrightarrow f(x) = b + ax$$

SEQUÊNCIA NUMÉRICA

Vamos iniciar com exemplos cotidianos essa ideia de sucessão ou sequência.

Imagine os dias da semana: segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira, sexta-feira, sábado e domingo. Trata-se de um conjunto ordenado, onde não se vê quinta-feira antes de terça-feira, quarta-feira antes de segunda-feira e por aí vai. Situações como essas são chamadas de sucessão ou sequência.

O conjunto dos números inteiros é um exemplo curioso também: R = (..., - 2, - 1, 0, 1, 2, ...). Nesse caso, essa sequência é denominada uma **sequência numérica**.

Curioso lembrar que, sequência numérica pode ser **finita** ou **infinita**.
Sequência finita: A = (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6)
Sequência infinita: B = (1, 3, 5, 7, 9, ...)

Podemos representar essas sequências matematicamente assim,

A = $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{n-1}, a_n, \ldots, a_{n+1})$

Lê-se:
a_1 é o primeiro termo da sequência (a índice 1).
a_2 é o segundo termo da sequência (a índice 2).
⋮
a_n é o enésimo termo da sequência (a índice n).

Alguns exemplos:
1. Dada a sequência (3, 7, 11, 15, 19, 21, 26), determine:
a) a_5
$a_5 = 19$
b) $a_2 + 3.a^3{}_3$
$7 + 3.11^3 = 7 + 3.1331 = 7 + 3993 = 4\,000$.

MOMENTO 02 - MATEMÁTICA

Recomposição: Inserção Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Quando se fala em Progressão Aritmética, denominada P.A., nos deparamos com:

"Uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior somado com um número fixo, chamado de razão da progressão."

Em números, torna-se mais fácil demonstrar essa definição.

Seja a sequência numérica

(3, 7, 11, 15, 19, ...)

Nessa sequência, observa-se que o número posterior é sempre o anterior somado com 4, ou seja,

3 + *4* = 7

7 + *4* = 11

11 + *4* = 15

15 + *4* = 19

E assim por diante.

Esse valor fixado em (4) é conhecido como a razão dessa progressão aritmética. A representação matemática que expressa uma Progressão Aritmética (P.A.) é dada:

$$(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, a_{n+1}, \ldots)$$

Onde, de acordo com o exemplo numérico acima, temos:

$$a_{n+1} = a_n + r,$$

quaisquer que sejam $n \in N^*$, ou seja,

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \ldots = a_{n+1} - a_n = r$$

A esse *r*, denominamos a razão da Progressão Geométrica (P.A.)

Mais alguns exemplos:

Dadas as sequências abaixo, identifique as suas respectivas razões.

a) (3, 5, 7, 9, 11, 13): r = 5 – 3 = 7 – 5 = 9 – 7 = 11 – 9 = 13 – 11 = 2. A razão r é 2.

b) (8, 6, 4, 2): r = 6 – 8 = 4 – 6 = 2 – 4 = -2. A razão r é – 2.

c) (12, 12, 12, 12, 12): r = 12 – 12 = 0. A razão r é zero.

O curioso é que com esses exemplos acima citados, é possível dar uma classificação à P.A. na condição de ser:

1º Crescente: quando r > 0;

(10, 20, 30, 40, 50): r = 20 – 10 = 10 > 0.

2ª Decrescente: quando r < 0;

(35, 25, 15, 5): r = 25 – 35 = -10 < 0.

3ª Constante: quando r = 0.

(15, 15, 15, 15): r = 15 – 15 = 0.

Vamos fazer alguns modelos:

1ª lição: Calcular r e a_5 na P.A. (2, 8, 14, 20, ...)

$a_{n+1} = a_n + r$

$8 = 2 + r$

$8 - 2 = r$

$6 = r$

$r = 6$

$a_{n+1} = a_n + r$

$a_5 = a_4 + r$

$a_5 = 20 + 6$

$a_5 = 26$

respostas: r = 6 e $a_5 = 26$.

2ª lição: Determinar o valor de x, de modo que os números (x + 2), (x + 4), (x + 6), estejam, nessa ordem, em P.A.

Resolvendo:

P.A. {(x + 2), (x + 4), (x + 6)}

$a_1 = x + 2$

$a_2 = x + 4$

$a_3 = x + 6$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = r$$

$$(x + 4) - (x + 2) = (x + 6) - (x + 4)$$

$$-x - 2 = x + 6$$

$$-2 - 6 = x + x$$

$$-8 = 2x$$

$$-8:2 = x$$

$$x = -4$$

logo, a P.A. será

(-4 + 2,-4 + 4, - 4 + 6) = (-2, 0, +2)

SAIBA MAIS

"Uma curiosidade é que numa sequência de três elementos de uma P.A., sempre o segundo será a média aritmética dos extremos, ou seja, qualquer termo a partir do segundo termo, é a média aritmética do seu antecessor (antes) com o seu sucessor (depois)."

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Escreva uma P.A. de 7 termos onde o 1º termo é 20 e a razão é 2.

Resposta: (20, 22, 24, 26, 28, 30, 32).

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 02 –

Escreva uma P.A. de 4 termos onde a_1 é 8 e r = - 2.

Resposta: (8, 6, 4, 2).

____
____

ATIVIDADE 03 –

Determine o 4º termo da P.A. (13, 20, ...)

Resposta: (34)

____
____
____

ATIVIDADE 04 –

Determine o 7º termo da P.A. (1, 5, ...)

Resposta: (29)

____
____
____

MOMENTO 03 - MATEMÁTICA

Recomposição: Inserção Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

FÓRMULA DO TERMO GERAL DE UMA P.A.

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

onde

a_n = enésimo termo (termo geral)

a_1 = primeiro termo da P.A.

n = número de termos

r = razão da P.A.

Vamos aos exemplos:

Encontrar o termo geral da P.A. (3, 8, ...)

Resolvendo:

a_n = enésimo termo (termo geral)

$a_1 = 3$

n = número de termos

$$r = 8 - 3 = 5$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_n = 3 + (n - 1).5$$

$$a_n = 3 + 5n - 5$$

$$a_n = 5n - 2$$

Resposta: $a_n = 5n - 2$

2) Qual é 10º termo da P.A. (5, 9, ...)?

Resolvendo:

$a_n = a_{10} = ?$

$a_1 = 5$

$n = 10$

$r = 9 - 5 = 4$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$

$$a_{10} = 5 + (10 - 1).4$$

$$a_{10} = 5 + (9).4$$

$$a_{10} = 5 + 36$$

$$a_{10} = 41$$

Resposta: $a_{10} = 41$

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Encontre o termo geral da P.A. (4, 9, ...).

Resposta: $a_n = 5n - 1$

____
____

ATIVIDADE 02 –

Qual é o décimo segundo termo da P.A. (2, 8, ...).

Resposta: $a_{12} = 68$

____
____
____

ATIVIDADE 03 –

Quantos números inteiros existem, de 100 a 500 que são divisíveis por 8?

Resposta: 50 são os números divisíveis por 8.

____
____

ATIVIDADE 04 –

Inserindo 5 meios aritméticos entre os números 2 e 26, nesta ordem, qual será a razão da P.A. considerada?

Resposta: r = 4

____
____
____

MOMENTO 04 - MATEMÁTICA

Recomposição: Inserção Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

FÓRMULA DA SOMA DOS n TERMOS DE UMA P.A. FINITA.

"Numa P.A. finita, a soma de dois termos equidistante dos extremos é igual à soma dos extremos."

Um exemplo interessante é a soma dos termos dessa PA (1, 2, 3, 4, 5, 6).

Podemos somar (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) que resultará em 21, ou soma os equidistantes (1 + 6 = 7; 2 + 5 = 7; 3 + 4 = 7) que resultará em 3x7 = 21.

Daí, observe que

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

em que S_n é a soma dos n termos.

Exemplos a respeito da soma dos termos de uma P.A.

1) Achar a soma dos 20 primeiros termos da P.A. (1, 3, ...)

Resolvendo:

$$a_2 - a_1 = r$$
$$3 - 1 = r$$
$$r = 2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1).r$$
$$a_{20} = 1 + (20 - 1).2$$
$$a_{20} = 1 + (19).2$$
$$a_{20} = 1 + 38$$
$$a_{20} = 39$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$
$$S_{20} = \frac{(1 + 39).20}{2}$$
$$S_{20} = \frac{(40).20}{2}$$
$$S_{20} = 40.10$$
$$S_{20} = 400$$

Resposta: **A soma é igual a 400.**

2) Calcule a soma dos termos de 1 a 100 inteiros e positivos de uma sequência numérica.

Resolvendo:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$
$$S_{100} = \frac{(1 + 100).100}{2}$$
$$S_{20} = \frac{(101).100}{2}$$
$$S_{20} = 101.50$$
$$S_{20} = 5050$$

Resposta: **A soma é igual a 5050.**

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Calcule a soma dos 8 primeiros termos de uma P.A. (2,4, ...).

Resposta: A soma é 72.

ATIVIDADE 02 –

Calcule a soma dos n primeiros ímpares positivos.

Resposta: é um quadrado perfeito (n^2).

ATIVIDADE 03 –

Numa P.A. cujo primeiro termo é 2, a soma dos trinta primeiros termos é 2 670. Determine a razão dessa sequência.

Resposta: a razão é 6.

ATIVIDADE 04 –

Resolva a seguinte equação, observando que as parcelas do seu primeiro membro formam uma P.A.: 3 + 7 + 11 + ... + X = 465.

Resposta: S = {59}

MOMENTO 05 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

É sempre importante colocarmos os termos de uma P.A. em função de a_1 e r, porque, como já sabemos, na estrutura da fórmula do termo geral, analisamos $a_n = a_1 + (n-1).r$, ambos são valores fixos, onde a variável está em n, que define a_n.

Considere que:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

E assim por diante.

Vejamos um exemplo:

Numa P.A. $a_2 + a_6 = 20$ e $a_4 + a_9 = 35$. Vamos escrever essa P.A.?

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_4 = a_1 + 3r$$

$$a_6 = a_1 + 5r$$

$$a_9 = a_1 + 8r$$

Forma-se a partir daí um sistema de equação do 1º grau com duas variáveis:

$$\begin{cases} (a_1 + r) + (a_1 + 5r) = 20 \\ (a_1 + 3r) + (a_1 + 8r) = 35 \end{cases}$$

Usando um dos métodos de resolução (adição, substituição ou igualação), encontra-se o valor de r, que é 3.

A partir desse resultado, substitui-se r em qualquer uma das duas equações e encontra-se o valor de a_1, que será 1.

O mais, é só escrever a P.A. que ficará assim: (1, 4, 7, 10, 13, ...)

Agora é com você:

Numa P.A., $a_3 + a_6 = 29$ e $a_4 + a_7 = 35$. Escreva essa P.A.

Resposta: (4, 7, 10, 13, ...)

2ª) Ache a P.A. em que:

$a_1 + a_3 = -6$ e $2a_4 + a_5 = 5$.

Resposta: (-5, -3, -1, ...)

MOMENTO 06 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Vamos tratar aqui de algumas situações problemas que envolvem o estudo da Progressão Aritmética. São situações do cotidiano que aplicam o conhecimento de Progressão Aritmética e função afim.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

O perímetro de um triângulo retângulo mede 24 cm. Calcule as medidas dos lados, sabendo que elas estão em P.A.

Resposta: 6 cm, 8 cm, 10 cm.

ATIVIDADE 02 – (FEI-SP/Adaptada)

Um coronel dispõe de seu regimento num triângulo completo, colocando um homem na primeira linha, dois na segunda, três na terceira e assim por diante. Forma assim um triângulo com 171 homens. Qual é o número de linhas?

Resposta: 18 linhas.

____
____
____
____

ATIVIDADE 03 –

Um escritor escreveu, em certo dia, as 20 primeiras linhas de um livro. A partir desse dia, ele escreveu, em cada dia, tantas linhas quantas havia escrito no dia anterior mais cinco linhas. O livro tem 17 páginas, cada uma com exatamente 25 linhas. Em quantos dias o escritor terminou de escrever o livro?

Resposta: 40º, 60º, 80º.

____
____
____
____
____
____

ATIVIDADE 04 –

Num triângulo, as medidas dos ângulos internos estão em P.A. e o menor dos ângulos mede 40º. Calcule as medidas dos outros dois ângulos do triângulo.

Resposta: 40º, 60º, 80º.

____
____
____
____
____
____

CAPITULO 02 – MOMENTO 02 – MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT508A) Reconhecer situações que envolvem padrões numéricos em diferentes contextos, compreendendo a ideia de sequência (PG) para resolver problemas do cotidiano.

(GO-EMMAT508B) Compreender as características da PG identificando seus elementos e conceitos (termos, posições dos termos, quantidade de termos, termo geral, razão, lei de formação, soma dos termos, entre outros) para aplicar os conceitos na resolução de problemas que se relacionem as sequências.

(GO-EMMAT508C) Analisar as propriedades inerentes a PG e suas aplicações, deduzindo suas fórmulas essenciais (termo geral, termo médio, soma dos primeiros termos, soma dos termos de uma PG infinita, entre outras), para avaliar o melhor momento para a utilização de cada fórmula associada a uma situação problema.

(GO-EMMAT508D) Associar PGs a funções exponenciais de domínios discretos, empregando estratégias e recursos, como padrões, experimentações e diferentes tecnologias, para analisar as propriedades, deduzir fórmulas e/ou resolver problemas de contextos diversos.

(GOEMMAT508E) Modelar problemas que envolvem padrões aritméticos associados a PG, investigando dados e informações apresentadas em textos de natureza socioeconômica, técnico-científicas etc. para resolver problemas do cotidiano.

(GOEMMAT508E) Modelar problemas que envolvem padrões aritméticos associados a PG, investigando dados e informações apresentadas em textos de natureza socioeconômica, técnico-científicas etc. para resolver problemas do cotidiano

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Função exponencial.

Sequências numéricas: progressões geométricas (P.G.).

DESCRITOR SAEB/SAEGO

Identificar a representação algébrica e/ou gráfica de uma função logarítmica, reconhecendo-a como inversa da função exponencial.

Resolver problema que envolva função exponencial.

Resolver problema envolvendo P.G. dada a fórmula do termo geral.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

Nivelamento e Recomposição

CONCEITO

ATENÇÃO!

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

Um pouco de história.

Como já estudamos Progressão Geométrica e suas aplicações, iremos adentrar no estudo da Progressão Geométrica, conhecida como P.G.

Vamos lá!

A partir de exemplos, daremos uma definição na teoria. Então, considere as seguintes sequências:

1) (2, 6, 18, 54, 162)

O que se observa é que:

2x3 = 6

6x3 = 18

18x3 = 54

54x3 = 162

Em todas as situações, o fator 3 foi o responsável pelo número da sequência.

Esse número fixo é conhecido como a razão da sequência.

2) (4, 8, 16, 32)

O que se observa é que:

4x2 = 8

8x2 = 16

16x2 = 32

Em todas as situações, o fator 2 foi o responsável pelo número da sequência.

Esse número fixo é conhecido como a razão da sequência.

Então, podemos já tirar algumas conclusões. E uma delas é que, "cada termo posterior, a partir do segundo, é igual ao anterior, multiplicado por um número fixo."

Dessa forma, toda sequência que tiver esse raciocínio, ou seja, essa lei de formação, é denominada Progressão Geométrica (P.G.).

Daí, temos a famosa definição:

"Toda sequência de números não nulos em que cada termo posterior, a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicado por um número fixo chamado razão da progressão, recebe o nome de Progressão Geométrica."

A representação dessa razão é dada por:

$$(a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n)$$

$a_{n+1} = a_n.q$ para todo e qualquer n є N* e q є R.

O cálculo da razão q pode ser feito assim: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \cdots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$, onde q é a razão da P.G.

Vamos realizar algumas lições básicas?

1) Escreva uma P.G. de 6 termos em que a_1 = 4 e q = 5.

Resolvendo:

$a_{n+1} = a_n.q$

$a_2 = a_1.q$ = 4x5 = 20

$a_3 = a_2.q$ = 20x5 = 100

$a_4 = a_3.q$ = 100x5 = 500

Resposta: A P.G. é (4, 20, 100, 500)

2) Se a sequência de uma P.G. for (x, 3x + 2, 10x + 12), o valor desse x será:

Resolvendo:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \cdots = \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

$$\frac{3x+2}{x} = \frac{10x+12}{3x+2}$$

$$(3x + 2).(3x + 2) = x.(10x + 12)$$

$$9x^2 + 6x + 6x + 4 = 10x^2 + 12x$$

$$12x - 12x + 4 = 10x^2 - 9x^2$$

$$4 = x^2$$

$$\sqrt{4} = \sqrt{x^2}$$

$$\therefore x = \pm 2$$

Vamos desenvolver algumas atividades:

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Determine a razão de cada uma das seguintes P.G.:

a) (4, 12, 36, 108, ...)

Resposta: q = 3

b) (3, -9, 27, - 81, ...)

Resposta: q = -3

c) (20, 10, 5, ...)

Resposta: q = ½

ATIVIDADE 02 –

Complete cada uma das P.G.:

a) (2, 8, ___, ___, ___).

Resposta: (32, 128, 512).

b) (800, 400, ___, ___).

Resposta: (200, 100).

c) (12, 48, ___, ___).

Resposta: (200, 100).

ATIVIDADE 03 –

Escreva uma P.G de:

a) Quatro termos em que $a_1 = 10$ e q = 2.

Resposta: (10, 20, 40, 80).

b) Três termos em que $a_1 = 2$ e q = 3.

Resposta: (2, 6, 18).

ATIVIDADE 04 –

Determine o valor de x, de modo que os números x + 1, x + 4, x +10 formem, nesta ordem, uma P.G.

Resposta: x = 2

MOMENTO 02 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Voltando a teoria, temos também a abordagem do

TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA (P.G.)

Vale lembrar que, assim como fizemos com a Progressão Aritmética, a fórmula da Progressão Geométrica nos permite encontrar qualquer termo sem necessidade de escrevê-la com detalhes.

Daí, tem-se

$$\boldsymbol{a_n = a_1 . q^{n-1}}$$

Em que,

$$a_n = termo\ geral$$
$$a_1 = primeiro\ termo$$

q = razão da P.G.

n = número de termos dessa P.G.

Treinando um pouquinho por meio de lições:

Lição zero: Encontrar o termo geral da P.G. (3, 9, ...)

Resolvendo:

$$a_n = termo\ geral$$
$$a_1 = 3$$
$$q = \frac{9}{3} = 3$$

n = número de termos dessa P.G.

$$a_n = a_1 . q^{n-1}$$

$$a_n = 3.3^{n-1}$$
$$a_n = 3^1.3^{n-1}$$
$$a_n = 3^n$$

Resposta:
$$\boldsymbol{a_n = 3^n}$$

Lição hum: Achar o quinto termo da P.G. (3, 6, ...)

Resolvendo:

$$a_5 = ???$$
$$a_1 = 3$$
$$q = \frac{6}{3} = 2$$
$$n = 5$$
$$a_n = a_1.q^{n-1}$$
$$a_5 = 3.2^{5-1}$$
$$a_5 = 3.2^4$$
$$a_5 = 3.16$$
$$a_5 = 48$$

Resposta: $\boldsymbol{a_5 = 48}$

Lição dois: Numa P.G. de quatro termos a razão é 10 e o último termo é 400. Calcular o primeiro termo dessa P.G

Resolvendo:

$$a_4 = 400$$
$$a_1 = ????$$
$$q = 10$$
$$n = 4$$
$$a_n = a_1.q^{n-1}$$
$$400 = a_1.10^{4-1}$$
$$400 = a_1.10^3$$
$$400 = a_1.1000$$
$$\frac{400}{1000} = a_1$$
$$0{,}4 = a_1$$

Resposta: a_1 = 0,4

Lição três: Numa P.G. de três termos, o primeiro termo é 4 e o último 36. Calcular a razão dessa P.G.

Resolvendo:

$$a_n = a_1.q^{n-1}$$
$$36 = 4q^{3-1}$$
$$36 = 4q^2$$
$$\frac{36}{4} = q^2$$
$$q^2 = 9$$
$$\sqrt{q^2} = \sqrt{9}$$
$$q = 3$$

Resposta: **a razão é 3**

Vamos praticar um pouquinho em atividades.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Encontre o termo geral da P.G. (3, 12, ...).

Resposta: $a_n = 3.4^{n-1}$.

___

___

ATIVIDADE 02 –

Encontre o termo geral da P.G. (5, 25, ...).

Resposta: $a_n = 5^n$.

___

ATIVIDADE 03 –

Qual é o primeiro termo de uma P.G. na qual o 5º termo é 400 e a razão é 2?

Resposta: a_1 = 25.

___

ATIVIDADE 04 –

Numa P.G. o 2º termo é 8 e o 5º termo é 512. Escrever essa P.G.

Resposta: (2, 8, 32, 128, 512).

___

ATIVIDADE 05 –

Numa Progressão Geométrica (P.G.), a_5 = 32 e a_8 = 256. Calcule q e a_1.

Resposta: a_1 = 2 e q = 2

___

MOMENTO 03 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Podemos também, como na Progressão Aritmética (P.A.) calcularmos a soma de n termos de uma Progressão Geométrica, tanto finita, quanto infinita.

a) No caso da finita, temos:

$S_n = n.a_1$, quando q = 1

$S_n = \frac{a_1.(q^n-1)}{q-1}$, quando q ≠ 1

b) No caso da infinita, temos:

$S_n = \frac{a_1}{1-q}$,

Vamos treinar um pouquinho:

Lição zero: Dada a Progressão Geométrica (2, 6, 18, ...), calcular a soma dos 5 primeiros termos.
Resolvendo:

$S_n = \frac{a_{1.}(q^n-1)}{q-1}$, quando q ≠ 1 ($q = \frac{6}{2} = 3$)

$$S_n = \frac{2.(3^5-1)}{3-1}$$
$$S_n = \frac{2.(243-1)}{2}$$
$$S_n = 242$$

Resposta: **A soma é 242.**

Lição hum: Dada a Progressão Geométrica (12, 12, 12, 12, 12, ...), calcular a soma dos 12 primeiros termos.
Resolvendo:

$S_n = n.a_1$, quando q = 1 ($q = \frac{12}{12} = 1$)

$$S_n = 12.12$$
$$S_n = 144$$

Resposta: **A soma é 144.**

Lição dois: Calcular a soma dos termos da P.G. ($1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$)

$S_n = \frac{a_1}{1-q}$, P.G. infinita

$$q = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$
$$S_n = \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$$
$$S_n = \frac{1}{\frac{1}{2}}$$
$$S_n = 2$$

Resposta: **A soma é 2.**

Agora é com você. Atividades sobre Soma de n termos de uma Progressão Geométrica.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Obtenha a soma dos 5 primeiros termos da P. G. (10, 20, ...).
Resposta: A soma é 310.

____
____
____

ATIVIDADE 02 –
Qual será a soma dos quatro primeiros termos de uma P.G. em que $a_1 = 2$ e q = 3.
Resposta: A soma é 80.

____
____
____

ATIVIDADE 03 –
Obtenha a soma dos termos da P.G. (20, 10, 5, ...)
Resposta: A soma dá o valor de 40.

____
____
____

ATIVIDADE 04 –
Quantos termos devemos ter na P.G. (5, 10, ...) para se obter uma soma de 75?
Resposta: Devemos ter 4 termos.

____
____
____

MOMENTO 04 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Assim como, observamos na Progressão Aritmética (P.A.), na Progressão Geométrica (P.G.), também é interessante colocar os seus termos em função de a_1 e q.
Olha como fica:

$$\boldsymbol{a_2 = a_1 . q}$$
$$\boldsymbol{a_3 = a_1 . q^2}$$
$$\boldsymbol{a_4 = a_1 . q^3}$$

E assim por diante.
Vejamos o modelo a seguir:
Em uma P.G., a soma do 2º termo com o 3º termo é 18 e a soma do 6º com o 7º é 288. Calculemos a razão dessa P.G.

$$\boldsymbol{\begin{cases} a_2 + a_3 = 18 \\ a_6 + a_7 = 288 \end{cases}}$$
$$\boldsymbol{\begin{cases} a_1 q + a_1 q^2 = 18 \\ a_1 q^5 + a_1 q^6 = 288 \end{cases}}$$

Resolvendo o sistema de equações com duas variáveis por meio de um dos métodos (adição, substituição, igualação), definimos o valor da razão que é $\pm$ 2.

SAIBA MAIS

OBSERVAÇÃO!

"Quando temos situações de P.G. com três termos consecutivos, por meio da soma e do produto desses termos, é considerável escrever essa P.G., em função do termo do meio, que pode ser indicado por x.

Assim, se a P.G. tem 3 termos, esses poderão ser: $\left(\frac{x}{q}, x, xq\right)$.

Vejam que modelo curioso:
A soma de três números em P.G. é 39 e o produto entre eles é 729. Descubra esses três números.
Resolvendo com você:
Esses números podem ser $\left(\frac{x}{q}, x, xq\right)$.

$$\begin{cases} \frac{x}{q} + x + xq = 39 \\ \frac{x}{q} . x . xq = 729 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{q} + x + xq = 39 \\ x^3 = 729 \end{cases}$$

O x pode ser encontrado resolvendo $x^3 = 729$. O resultado será 9.
Daí, aplica-se na equação $\frac{x}{q} + x + xq = 39$ e determina o valor de q.
O mais, é finalizar, informando quem são esses números, que são 3, 9, 27.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Três números estão em P.G. de tal forma que a sua soma é 130 e o produto é 27 000. Calcule os três números.
Resposta: 10, 30, 90.

____

____

ATIVIDADE 02 –
São dados 4 números em P.G. A soma do 1º com o 3º é 10 e soma do 2º com o 4º é 30. Quem são esses números?
Resposta: 1, 3, 9, 27.

____

____

____

MOMENTO 05 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO"
A intenção aqui é apresentar situações problemas do dia-a-dia que envolvam P.G. aplicando os conhecimentos e observações teóricas já adquiridos
no decorrer do curso. Vamos lá!
números, que são 3, 9, 27.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Uma mata tem uma área de 10 000 km². Como consequência do desmatamento, ela vem perdendo 10% de sua extensão a cada ano. Qual será a área dessa mata daqui a cinco anos?
Resposta: $10^4.(0,9)^5$ km².

____

____

____

____

ATIVIDADE 02 –
Uma cidade possui 1 milhão de habitantes. Se a população dessa cidade cresce 4% ao ano, qual será a sua população daqui a 10 anos?
Resposta: $10^6.1,04^{10}$ habitantes.

____

____

____

____

ATIVIDADE 03 –
Uma pessoa aplicou uma quantia Q de seu dinheiro em uma instituição financeira, o que lhe garantiu um rendimento líquido de

10% ao mês. Que quantia essa pessoa terá acumulado ao cabo de um ano?

Resposta: Ao cabo de um ano será de Q.$1,1^{12}$.

MOMENTO 06 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Por meio de atividades, mostra-se a aplicação de situações que envolvem função exponencial e logarítmica. Vamos lá.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Resolva a equação $2^x = 512$.

Resposta: o x = 9.

ATIVIDADE 02 –

Considerando que o montante aplicado em juros compostos é dado por $M = C.(1+ i)^T$, o montante de uma aplicação de 10 000 reais, à uma taxa de 20% ao mês, ao fim de 2 meses.

Resposta: R$14 400,00.

ATIVIDADE 03 –

Sendo a função exponencial $f(x) = 5^x$, determine:

a) f(0)

Respostas: 1

b) f(3)

Respostas: 125.

ATIVIDADE 04 – (Unesp/2018-Adaptada)

Leia o texto a seguir.

O ibuprofeno é uma medicação prescrita para dor e febre, com meia-vida de aproximadamente 2 horas. Isso significa que, por exemplo, depois de 2 horas da ingestão de 200 mg de ibuprofeno, permanecerão na corrente sanguínea do paciente apenas 100 mg damedicação. Após mais 2 horas (4 horas no total), apenas 50 mg permanecerão na corrente sanguínea e, assim, sucessivamente. Se um paciente recebe 800 mg de ibuprofeno a cada 6 horas, a quantidade dessa medicação que permanecerá na corrente sanguínea na 14ª hora após a inges-tão da primeira dose será:

(A) 12,50 mg.
(B) 456,25 mg.
(C) 114,28 mg.
(D) 6,25 mg.
(E) 537,50 mg.

ATIVIDADE 05 – Aplicando a definição, calcule o valor dos logaritmos:

a) $log_3 81$

Respostas: 4

b) $log_2 \sqrt[8]{64}$

Respostas: ¾.

c) $log_{625}\sqrt{5}$
Respostas: 1/8.

d) $log_{16}32$
Respostas: 5/4.

ATIVIDADE 06 –
Calcule a soma de: $\boldsymbol{log_6 36} + \boldsymbol{log_3 81} =$
Resposta: A soma será 6.

ATIVIDADE 07 – Sabendo que $log_a 32$ = 5, calcule o valor de a.
Resposta: O valor de a é 2.

ATIVIDADE 08 – (ENEM/2017-Adptada)
Leia o texto a seguir.

Nas informações veiculadas nos órgãos de comunicação quando da ocorrência de um terremoto, faz-se referência à magnitude (*M*), que se refere a quantos graus o fenômeno atingiu na escala Richter. Essa medida quantifica a energia liberada no epicentro do terremoto, e em seu cálculo utilizam-se como parâmetros as medidas da amplitude sísmica (*A*), em micrômetro, e da frequência (*f*), em hertz. Esses parâmetros são medidos por aparelhos especiais chamados sismógrafos, e relacionam-se segundo a função M = log (A x *f*) + 3,3. Pela magnitude do terremoto na escala Richter, pode-se estimar seus efeitos de acordo com o quadro, onde não estão considerados terremotos de magnitudes superiores a 7 ,9.

Magnitude (Grau)	Efeitos do terremoto segundo a escala Ricther
M ≤ 3,5	Registrado (pelos aparelhos), mas não perceptível pelas pessoas.
3,5 < M ≤ 5,4	Percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
5,4 < M ≤ 6,0	Destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
6,0 < M ≤ 6,9	Destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
6,9 < M ≤ 7,9	Destrutivo, retiram os edifícios de suas fundações, causam fendas no solo e danificam as tubulações contidas no subsolo.

Um terremoto teve sua amplitude e frequências medidas e obteve-se *A* = 1 000 micrômetros e *f* = 0,2 hertz.
Use -0,7 como aproximação para log (0,2).

Disponível em: www.mundoeducacao.com.br. Acesso em: 11 jul. 2012 (adaptado).

Considerando o quadro apresentado, e analisando o resultado da expressão que fornece a magnitude desse terremoto, conclui-se que ele foi:

(A) registrado, mas não percebido pelas pessoas.
(B) percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
(C) destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
(D) destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
(E) destrutivo, com consequências nas fundações dos edifícios, fendas no solo e tubulações no subsolo.

MOMENTO ENEM

QUESTÃO 01 – (ENEM/2020-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

No Brasil, o tempo necessário para um estudante realizar sua formação até a diplomação em um curso superior, considerando os 9 anos de ensino fundamental, os 3 anos do ensino médio e os 4 anos de graduação (tempo médio), é de 16 anos. No entanto, a realidade dos brasileiros mostra que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos é ainda muito pequeno, conforme apresentado na tabela.

Tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos

Ano da Pesquisa	1995	1999	2003	2007
Tempo de estudo (em ano)	5,2	5,8	6,4	7,0

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 19 dez. 2012 (adaptado).

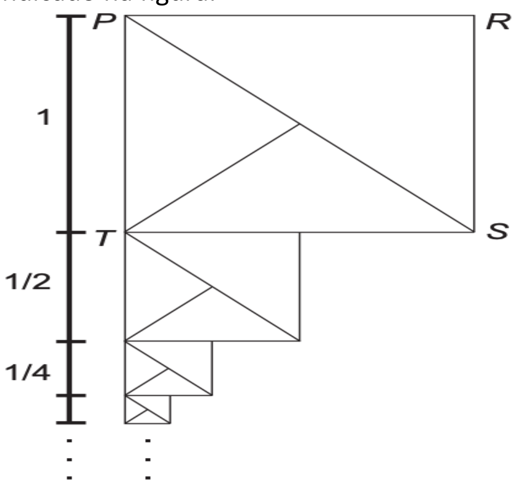
Considere que o incremento no tempo de estudo, a cada período, para essas pessoas, se mantenha constante até o ano 2050, e que se pretenda chegar ao patamar de 70% do tempo necessário à obtenção do curso superior dado anteriormente.

O ano em que o tempo médio de estudo de pessoas acima de 14 anos atingirá o percentual pretendido será

(A) 2018
(B) 2023
(C) 2031
(D) 2035
(E) 2043

QUESTÃO 02 – (ENEM/2020-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

O artista gráfico holandês Maurits Cornelius Escher criou belíssimas obras nas quais as imagens se repetiam, com diferentes tamanhos, induzindo ao raciocínio de repetição infinita das imagens. Inspirado por ele, um artista fez um rascunho de uma obra na qual propunha a ideia de construção de uma sequência de infinitos quadrados, cada vez menores, uns sob os outros, conforme indicado na figura.



O quadrado PRST, com lado de medida 1, é o ponto de partida. O segundo quadrado é construído sob ele tomando-se o ponto médio da base do quadrado anterior e criando-se um novo quadrado, cujo lado corresponde à metade dessa base. Essa sequência de construção se repete recursivamente.

Qual é a medida do lado do centésimo quadrado construído de acordo com esse padrão?

(A) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$

(B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{99}$

(C) $\left(\frac{1}{2}\right)^{97}$

(D) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-98}$

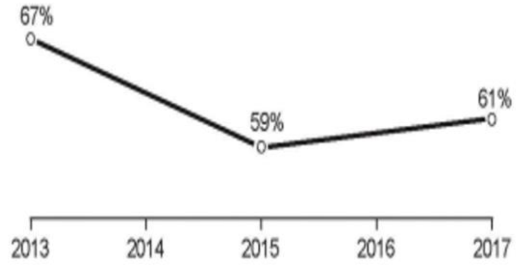
(E) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-99}$

Letra B.

QUESTÃO 03 – (ENEM/2018-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los.
Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013

a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Disponível e: http://pni.datasus.gov.br. Acesso em: 05 nov. 2017.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

(A) 62,3%
(B) 63,0%
(C) 63,5%
(D) 64,0%
(E) 65,5%

QUESTÃO 04 – (ENEM/2018-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e a assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes, até que o último poste seja colocado a uma distância de 1 380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R$ 8 000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

(A) R$512 000,00
(B) R$520 000,00
(C) R$528 000,00
(D) R$552 000,00
(E) R$584 000,00

QUESTÃO 05 – (ENEM/2016-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos (A, B e C) e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo A deveriam bater palmas a cada 2 s, os alunos do grupo B deveriam bater palmas a cada 3 s e os alunos do grupo C deveriam bater palmas a cada 4 s.
O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou 1 s. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar 60 s.
Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente.

Qual é o termo geral da sequência anotada?

(A) 12 n, com n um número natural, tal que 1 ≤ n ≤ 5.
(B) 24 n, com n um número natural, tal que 1 ≤ n ≤ 2.
(C) 12 (n - 1), com n um número natural, tal que 1 ≤ n ≤ 6.
(D) 12 (n - 1) + 1 , com n um número natural, tal que 1 ≤ n ≤ 5.
(E) 24 (n - 1) + 1 , com n um número natural, tal que 1 ≤ n ≤ 3.

QUESTÃO 06 – (ENEM/2017-Adaptada)
Leia o texto a seguir

Os consumidores X, Y e Z desejam trocar seus planos de internet móvel na tentativa de obterem um serviço de melhor qualidade. Após pesquisarem, escolheram uma operadora que oferece cinco planos para diferentes perfis, conforme apresentado no quadro.

Plano	Franquia	Preço mensal da assinatura	Preço por MB excedente
A	150 MB	R$ 29,90	R$ 0,40
B	250 MB	R$ 34,90	R$ 0,10
C	500 MB	R$ 59,90	R$ 0,10
D	2 GB	R$ 89,90	R$ 0,10
E	5 GB	R$ 119,90	R$ 0,10

Dado: 1 GB = 1 024 MB

Em cada plano, o consumidor paga um valor fixo (preço mensal da assinatura) pela franquia contratada e um valor variável, que depende da quantidade de MB utilizado além da franquia. Considere que a velocidade máxima de acesso seja a mesma, independentemente do plano, que os consumos mensais de X, Y e Z são de 190 MB, 450 MB e 890 MB, respectivamente, e que cada um deles escolherá apenas um plano.

Com base nos dados do quadro, as escolhas dos planos com menores custos para os consumidores X, Y e Z, respectivamente, são

(A) A, C e C
(B) A, B e D
(C) B, B e D
(D) B, C e C
(E) B, C e D

QUESTÃO 07 – (ENEM/2016-Adaptada)
Leia o texto a seguir

Para comemorar o aniversário de uma cidade, a prefeitura organiza quatro dias consecutivos de atrações culturais. A experiência de anos anteriores mostra que, de um dia para o outro, o número de visitantes no evento é triplicado. É esperada a presença de 345 visitantes para o primeiro dia do evento.

Uma representação possível do número esperado de participantes para o último dia é

(A) 3 x 345
(B) (3 + 3 + 3) x 345
(C) 33 x 345
(D) 3 x 4 x 345
(E) 34 x 345

QUESTÃO 08 – (ENEM/2015-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Um casal realiza um financiamento imobiliário de R$ 180 000,00, a ser pago em 360 prestações mensais, com taxa de juros efetiva de 1% ao mês. A primeira prestação é paga um mês após a liberação dos recursos e o valor da prestação mensal é de R$ 500,00 mais juro de 1% sobre o saldo devedor (valor devido antes do pagamento). Observe que, a cada pagamento, o saldo devedor se reduz em R$ 500,00 e considere que não há prestação em atraso.

Efetuando o pagamento dessa forma, o valor, em reais, a ser pago ao banco na décima prestação é de

(A) 2 075,00.
(B) 2 093,00.
(C) 2 138,00.
(D) 2 255,00.
(E) 2 300,00.

QUESTÃO 09 – (ENEM/2013-PPL-Adaptada)
Leia o texto a seguir

Para um principiante em corrida, foi estipulado o seguinte plano de treinamento diário: correr 300 metros no primeiro dia e aumentar 200 metros por dia, a partir do segundo. Para contabilizar seu rendimento, ele utilizará um chip, preso ao seu tênis, para medir a distância percorrida nos treinos. Considere que esse chip armazene, em sua memória, no máximo 9,5 km de corrida/caminhada, devendo ser colocado no momento do início do treino e descartado após esgotar o espaço para reserva de dados.
Se esse atleta utilizar o chip desde o primeiro dia de treinamento, por quantos dias consecutivos esse chip poderá armazenar a quilometragem desse plano de treino diário?

(A) 7
(B) 8
(C) 9
(D) 12
(E) 13

QUESTÃO 10 – (ENEM/2013-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo

registrado se deu no começo de 1755 e se estendeu até o final de 1765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

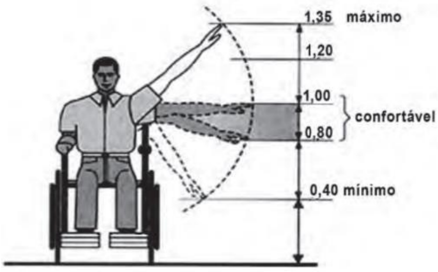
Disponível em: http://g1.globo.com. Acesso em: 27 fev. 2013
.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número

(A) 32
(B) 34
(C) 33
(D) 35
(E) 31

QUESTÃO 11 – (ENEM/2012-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Num projeto da parte elétrica de um edifício residencial a ser construído, consta que as tomadas deverão ser colocadas a 0,20 m acima do piso, enquanto os interruptores de luz deverão ser colocados a 1,47 m acima do piso. Um cadeirante, potencial comprador de um apartamento desse edifício, ao ver tais medidas, alerta para o fato de que elas não contemplarão suas necessidades. Os referenciais de alturas (em metros) para atividades que não exigem o uso de força são mostrados na figura seguinte.



Uma proposta substitutiva, relativa às alturas de tomadas e interruptores, respectivamente, que atenderá àquele potencial comprador é

(A) 0,20 m e 1,45 m.
(B) 0,20 m e 1,40 m.
(C) 0,25 m e 1,35 m.
(D) 0,25 m e 1,30 m.
(E) 0,45 m e 1,20 m.

QUESTÃO 12 – (ENEM/2012-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Jogar baralho é uma atividade que estimula o raciocínio. Um jogo tradicional é a Paciência, que utiliza 52 cartas. Inicialmente são formadas sete colunas com as cartas. A primeira coluna tem uma carta, a segunda tem duas cartas, a terceira tem três cartas, a quarta tem quatro cartas, e assim sucessivamente até a sétima coluna, a qual tem sete cartas, e o que sobra forma o monte, que são as cartas não utilizadas nas colunas.

A quantidade de cartas que forma o monte é

(A) 21.
(B) 24.
(C) 26.
(D) 28.
(E) 31.

QUESTÃO 13 – (ENEM/2012-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Um maquinista de trem ganha R$ 100,00 por viagem e só pode viajar a cada 4 dias. Ele ganha somente se fizer a viagem e sabe que estará de férias de 1º a 10 de junho, quando não poderá viajar. Sua primeira viagem ocorreu no dia primeiro de janeiro. Considere que o ano tem 365 dias.

Se o maquinista quiser ganhar o máximo possível, quantas viagens precisará fazer?

(A) 37
(B) 51
(C) 88
(D) 89
(E) 91

QUESTÃO 14 – (ENEM/2011-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

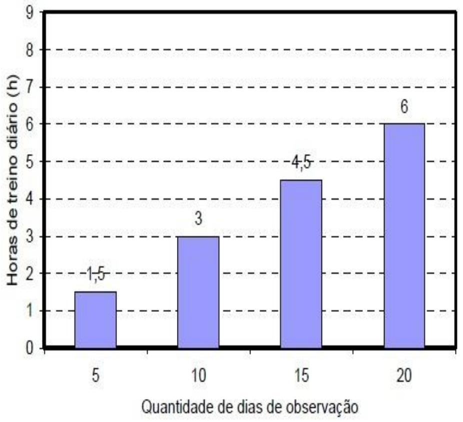
O número mensal de passagens de uma determinada empresa aérea aumentou no ano passado nas seguintes condições: em janeiro foram vendidas 33 000 passagens; em fevereiro, 34 500; em março, 36 000. Esse padrão de

crescimento se mantém para os meses subsequentes. Quantas passagens foram vendidas por essa empresa em julho do ano passado?

(A) 38 000
(B) 40 500
(C) 41 000
(D) 42 000
(E) 48 000

QUESTÃO 15 – (ENEM/2009-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

No gráfico seguinte está representado o aumento progressivo do número de horas de treino diário de um atleta ao longo dos 20 primeiros dias do mês de setembro, quando iniciou o treinamento.



Se for mantida essa tendência de crescimento, no último dia de setembro, o atleta deverá treinar, diariamente,

(A) 7 horas e 30 minutos.
(B) 8 horas.
(C) 9 horas.
(D) 9 horas e 45 minutos.
(E) 12 horas.

CAPÍTULO 03 – MOMENTO 03 – MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

(GOEMMAT405B) Utilizar conceitos iniciais de linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática, analisando os resultados e suas implicações para resolver problemas que envolvam expressões algébricas, funções e/ou algoritmos matemáticos, entre outros.

(GO-EMMAT405C) Resolver problemas que envolvam expressões algébricas, funções e algoritmos matemáticos, utilizando conceitos iniciais de linguagem de programação para buscar e propor soluções em contextos diversos da sociedade.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Noções básicas de Matemática Computacional, Algoritmos e fluxogramas.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

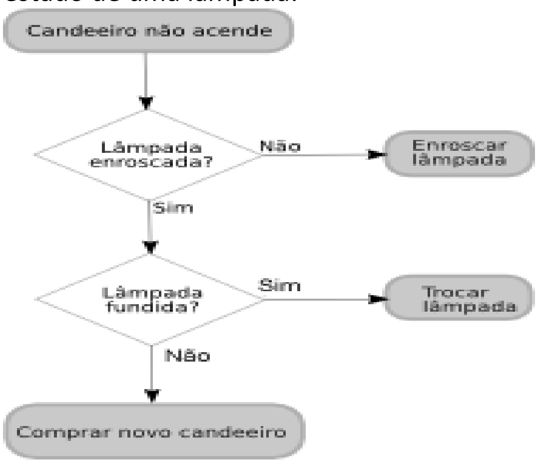
Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Um algoritmo é um esquema de resolução de um problema. Esse esquema, pode ser implementado com qualquer sequência de valores ou objetos que tenham uma lógica infinita por exemplo, a linguagem Arduino, a linguagem *Scratch* entre outras coisas, ou seja, qualquer coisa que possa fornecer uma sequência lógica.

A seguir, podemos ver um algoritmo implementado num fluxograma, sobre o estado de uma lâmpada:



De acordo com o raciocínio acima, podemos fazer a seguinte pergunta: um programa de computador já é por si um algoritmo? A resposta é sim.

Um algoritmo prévio na nossa língua, já escreve um programa com lógica, o próprio programa que provém desse algoritmo já é um algoritmo. Um esquema mental é um algoritmo. Mas porque isso interessa ao estudo da matemática?

A verdade é que, podemos escrever um programa em qualquer outra linguagem. Atividades em matemática, podem ser implementadas em algoritmos, porém o foco das atividades será nos fluxogramas, pois são esquemas importantes e feitor em papel para evitar erros nas programações.

Fluxogramas é um diagrama de formas conectadas por linhas que descreve um processo, sistema ou algoritmo. Eles são usados de várias formas para ajudar a comunicar visualmente a complexidade de um determinado assunto.

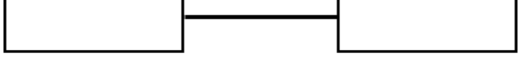
Pode-se criar um fluxograma para entender um processo, identificar problemas o comunicar estruturas, mas eles têm um número quase que ilimitado de usos.

Há uma grande variedade de formas e símbolos que constituem a maioria dos fluxogramas. Vamos conferir as formas básica e, em seguida, criaremos um fluxograma.

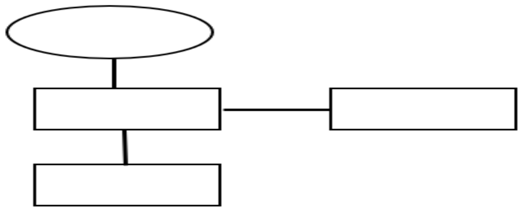
Um processo, uma ação ou função é representado por uma forma de retângulo.

Qualquer processo, até algo tão simples como passar manteiga no pão ou aperto de mão pode ser representado por um retângulo.

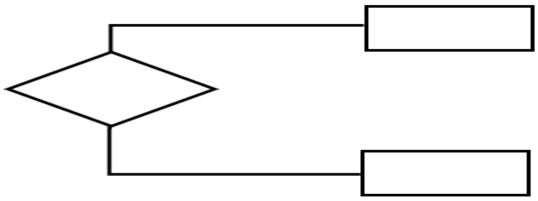
Está é a forma mais usada num fluxograma.



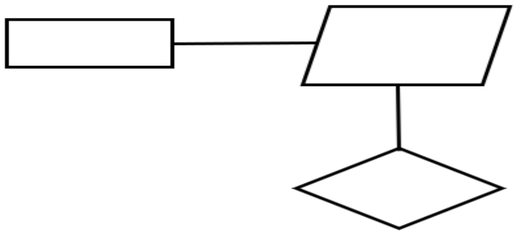
O início e o fim de um processo são representados por uma forma oval. Pode haver vários pontos de inícios ou término em um processo. Isso é muito comum.



As decisões são representadas por um losango. Em geral há 3 linhas conectadas a um losango. Uma linha entrando e duas ou mais saindo.

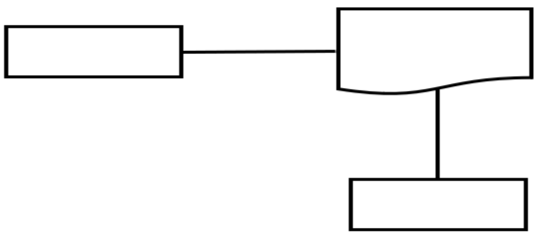


Representando as diferentes opções ou resultados de uma escolha. Uma forma de paralelogramo é usada para representar a entrada ou saída de dados.



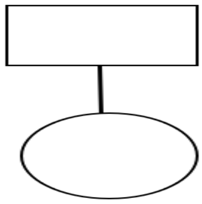
Digamos que você precise verificar a sua geladeira diariamente antes de decidir o que vai comer. Você deve representar essa ação com um paralelogramo, porque devo inserir dados ou informações sempre que você fizer essa ação para poder tomar uma decisão.

O retângulo com uma linha inferior curva representa a entrada ou saída de documentos.

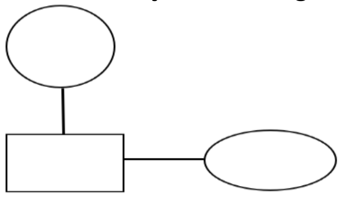


Receber um relatório por e-mail seria um exemplo de entrada e escrever um artigo é um exemplo de saída de documento.

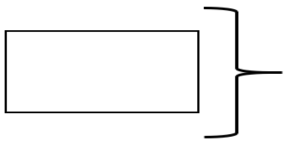
Os círculos representam conectores. Às vezes, um fluxograma abrange mais de uma página.



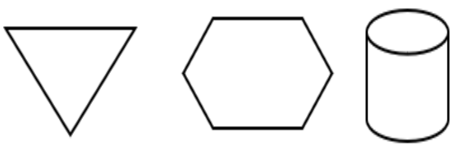
Para conectar dois fluxos separados, use um conector em cada seção do fluxograma.



Às vezes, é preciso fazer anotações em seu fluxograma para adicionar mais detalhes a um processo ou decisão. O símbolo de colchete é usado para representar que o texto à sua direita é uma nota para o símbolo à esquerda do colchete.



Há outras formas e símbolos para diagramas complexos também, mas são usados com menos frequências. Um triângulo de cabeça para baixo costuma ser usado para representar a fusão de vários caminhos em um. Um hexágono é usado para simbolizar a preparação. Eles são usados para representar o preparo para um processo seguinte. Os cilindros também são usados para representar bancos de dados em fluxogramas mais técnicos.



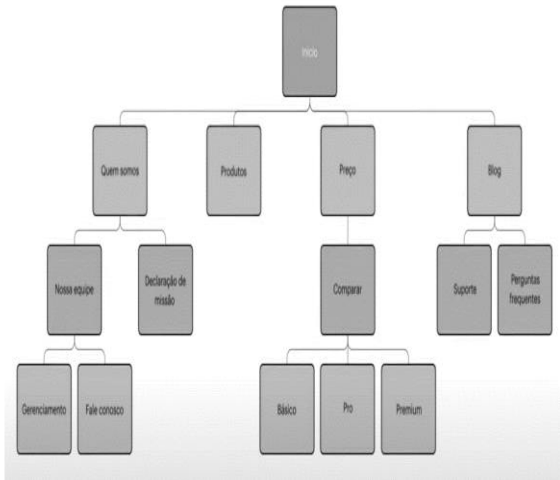
Há centena de outras formas usadas em diagramas técnicos os avançados, mas por uma questão de simplicidade, usaremos apenas algumas das formas mais comum em nosso estudo.

AULA COM RECURSOS AUDIOVISUAIS

Você pode utilizar diversos aplicativos para criar um fluxograma, a seguir, duas sugestões de vídeos no *Youtube*.

- Como criar um fluxograma no word, disponível em: encurtador.com.br/jlEP0. Acesso em: 15 ago. 2022.
- Fluxograma o que é e como fazer (em 06 passos bem práticos). Disponível em: encurtador.com.br/szEG6. Acesso em: 15 ago. 2022.

Podemos começar construindo um fluxograma em papel.
Para começar o fluxograma você deve primeiro considerar o propósito e o escopo do que você deseja comunicar. Talvez seja algo complexo, como mostrar as relações entre as páginas de um site.



Vamos criar um fluxograma simples para entender melhor e aprimorar a rotina matinal da Priscila.

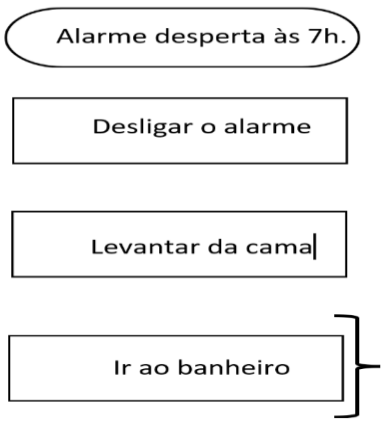
Meta e escopo
Minha rotina matinal

É necessário identificar as tarefas em ordem cronológica da Priscila. Todos os dias ela acorda e desliga o despertador às 7h, levante-se da cama e vai ao banheiro.
Depois se veste e escolhe uma camisa vermelha ou azul, antes de ir tomar o café da manhã. No café da manhã, ela tem 3 opções diferentes, café com pão, café com iogurte ou café com aveia. Se ainda não é hora de começar o trabalho, ela pode ouvir um podcast ou ler alguns artigos de notícias. Depois ela faz o login para trabalhar.

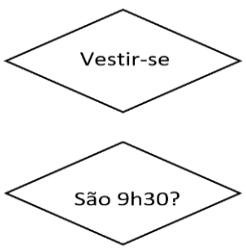
Desligar o alarme
Levantar da cama
Ir ao banheiro
Vestir-se
Camisa vermelha ou azul
Café da manhã
Café com pão, iogurte ou aveia
Ouvir podcast ou ler artigo
Fazer login no trabalho

Precisamos organizar nossa lista por tipo e forma correspondente, como processo, decisão, dados, entradas ou saídas.

Vamos usar a forma oval para iniciar o fluxograma, já que é o símbolo de início e fim, e adicionar retângulos para as próximas 3 formas.

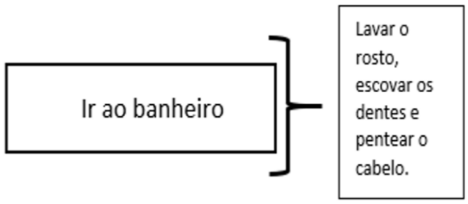


Ela toma várias decisões durante a manhã. Então, vamos colocar as decisões em losangos.



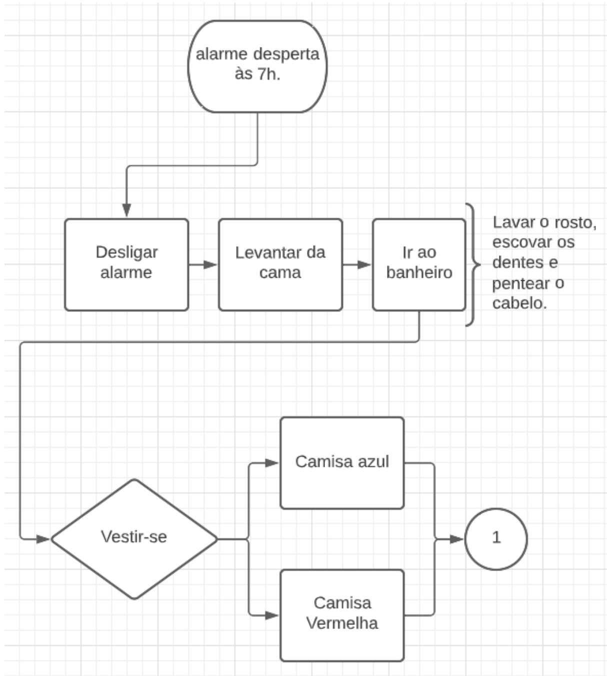
Cada decisão vamos colocar em retângulos.

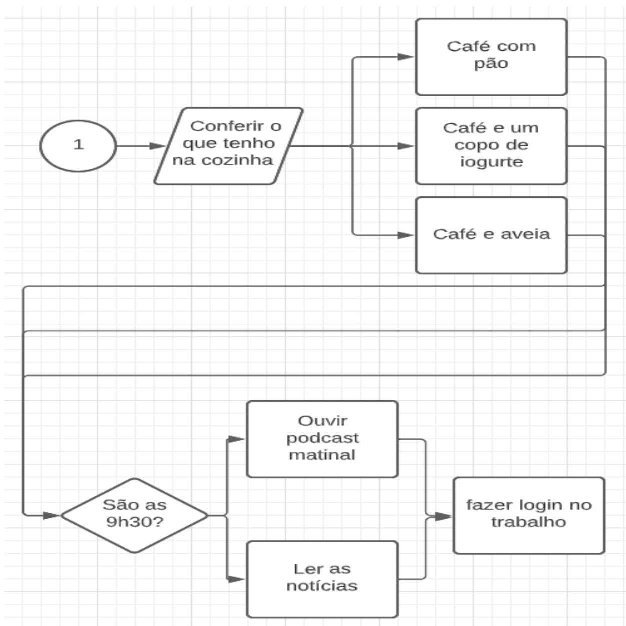
Vamos adicionar, uma nota ao lado de "ir ao banheiro".



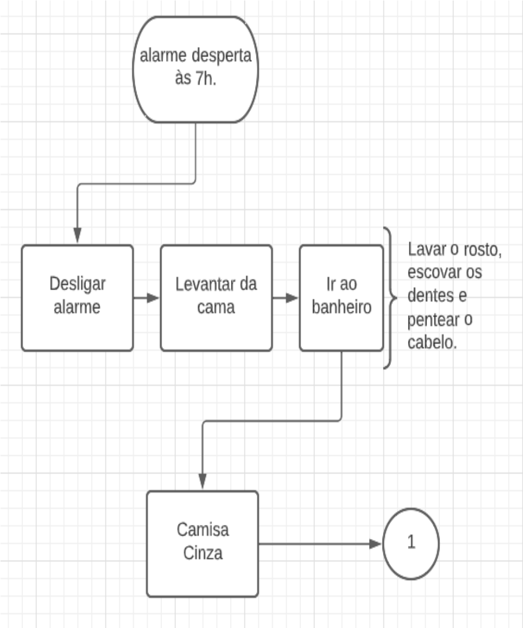
Para que ela possa lembrar algumas das coisas que precisa fazer no banheiro.

Agora é hora de desenhar o gráfico, conecte suas formas com linhas e setas, mostrando as progressões das etapas e as relações entre os processos.





Para a construção de desse fluxograma foi utilizado o *Lucidchart*. Caso necessário, utilize as linhas para adicionar mais detalhes para passar de um processo para outro, ou seja, colocar algum detalhe.
Talvez ela prefira usar a mesma cor de camisa todos os dias, em vez de ter que escolher entre vermelho e azul. Assim, posso trocar o losango por um retângulo e remover a segunda opção.



Dessa forma, descobrimos uma maneira de acelerar a rotina matinal dela. A última coisa a fazer e revisar o fluxograma, revisando as etapas. Fique atento, para não pular as etapas críticas e revise seu trabalho. Adicione ou remova etapas quando necessário e conecte suas etapas de uma forma que faça sentido.

Fluxograma são uma ótima maneira de comunicar ideias ou processos complexos de uma forma visual que qualquer pessoa possa entender. Esse é um exemplo bem básico, mas um fluxograma pode ser bem mais complexo para acomodar mais etapas, decisões e mudanças de um processo. **Os fluxogramas** são uma ótima maneira de fornecer clareza visual a processos e ideias complicadas.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Execute um fluxograma como o apresentado anteriormente para sua rotina matinal.
Resposta pessoal.

____
____
____
____
____
____

MOMENTO 02 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Fluxograma e Decomposição em fatores primos

Um número que possui apenas dois divisores naturais distintos (o número 1 e ele mesmo) é denominado **número primo**.

Os números naturais que possuem mais de dois divisores distintos são chamados **números compostos**.

Assim:

- O número 1 não é primo nem composto.
- Os números 2, 3, 5, 7, 11 e 13 são alguns exemplos de números naturais primos.
- Os números 4, 6, 8, 9 e 10 são alguns exemplos de números naturais compostos.
- O único número primo par é o 2, já que todos os demais números pares são divisíveis por 2.

Decomposição em fatores primos

Todo número natural maior do que 1 que não é primo é chamado de número composto, pois ele pode ser expresso como uma multiplicação de dois ou mais fatores, em particular uma multiplicação de fatores primos. Observe o número 24, que é um número composto:

$$\mathbf{24 = 2\,x\,12 = 2\,x\,2\,x\,6 = 2\,x\,2\,x\,2\,x\,3}$$

Assim, 2 x 2 x 2 x 3 é a forma fatorada completa do número 24, ou seja, é o número 24 expresso como a multiplicação de fatores primos. A decomposição em fatores primos de um número natural composto nos fornece a forma fatorada completa desse número.

Vamos criar um fluxograma simples para entender melhor a rotina para a decomposição em fatores primos de um número natural.

Escolher um número para decompor Dividir esse número por um número primo Dividir o quociente obtido Quociente obtido é igual a 1? Escrever a multiplicação com todos os divisores.

Precisamos organizar nossa lista por tipo e forma correspondente, como processo, decisão, dados, entradas ou saídas.

Vamos usar a forma oval para iniciar o fluxograma, já que é o símbolo de início e fim, e adicionar retângulos para as próximas 2 formas.

Escolher um número para decompor

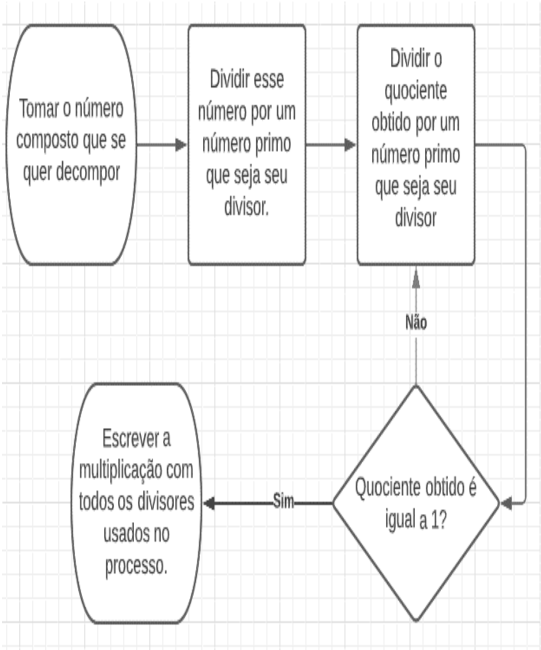
Dividir esse número por um número primo

Dividir o quociente obtido

Em seguida, vamos usar o losango para tomar uma decisão depois de dividir o quociente.

Quociente obtido é igual a 1?

A decisão é colocada na linha. Caso, a resposta obtida seja não, volta o processo na etapa anterior, do contrário, escreve-se o número na forma fatorada. Agora é hora de desenhar o gráfico, conecte suas formas com linhas e setas, mostrando as progressões das etapas e as relações entre os processos.



SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Escolha algum conteúdo estudado, anteriormente, e faça um fluxograma para algo relacionado a ele.

Resposta pessoal.

____
____
____
____
____
____
____
____
____

MOMENTO 03 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

Fluxograma e a Matemática no dia a dia

Com o avanço do computador e com o constante aperfeiçoamento das técnicas computacionais, ficou em maior evidência a Matemática Computacional, que trata basicamente de tudo o que pode ser traduzido para linguagem computacional, ou mais precisamente, tudo o que pode ser traduzido em algoritmos para o computador.

A palavra algoritmo é atribuída a sequência finita de instruções a serem seguidas e que atingem um objetivo após um número finito de passos. Um exemplo é esse texto, para você ler foi necessário realizar uma sequência de passos, um algoritmo.

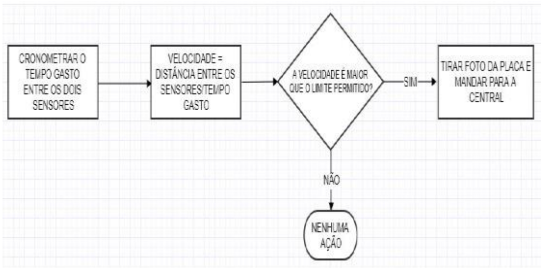
Para você ir trabalhar, estudar, academia e outros diariamente, você realiza uma sequência de passos. Algoritmos estão presentes o tempo todo em nossas atividades, basta observar nossa rotina.

Para a surpresa de muitos, os computadores executam passos muito bem determinados, e, portanto, não ambíguos. Se a instrução não for clara, nenhum programa funciona.

O computador executa exatamente as instruções dadas por seu programador. Quando você utiliza algum software que realiza coisas incríveis, lembre-se que o mérito na verdade está em quem deu estas instruções ao dispositivo (computador, celular, tablet, etc…).

Vamos pensar em um exemplo bem simples: como funcionam os radares que identificam a velocidade de um automóvel em um determinado trecho da estrada?

Inicialmente pensemos no que queremos que seja realizado pelo nosso “software”. Imaginemos um software que calcule a velocidade do carro e caso esta velocidade seja maior do que o limite permitido, que ele me diga de alguma forma qual veículo cometeu esta infração. Observe **o Fluxograma** a seguir:

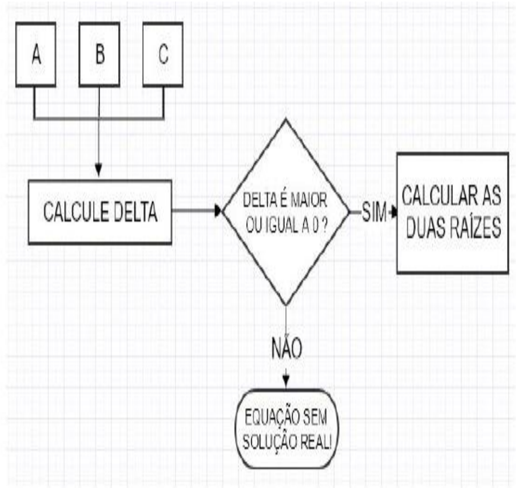


De forma bem simples, este fluxograma apresenta o algoritmo a ser executado pelo sistema que vai definir aplicar a multa ou não, de forma totalmente automática. Preste atenção ao fato de que as instruções têm que estar muito bem definidas.

O dado que entra no sistema é o tempo gasto entre dois sensores. Já que é conhecida a distância percorrida pelo automóvel entre os dois sensores, então fica fácil determinar a velocidade com a qual o automóvel passou pelos sensores.

Imagine agora fluxogramas (e algoritmos) que identificam máximos divisores comuns, mínimos múltiplos comuns, raízes de equações, áreas de quadrados, volumes de sólidos, calculam médias, medianas, desvio padrão, etc…

A seguir, **um fluxograma**, que serve de base para um algoritmo que resolve equações polinomiais de 2° grau utilizando a fórmula do resolutiva do (A, B e C representam os coeficientes da equação padrão).



Consegue perceber que toda e qualquer atividade repetitiva pode ser executada por um algoritmo computacional?

Se considerarmos a crescente demanda por automação na indústria, a crescente importância da internet das coisas e a inteligência artificial aparecendo em vários dispositivos, não é difícil perceber a importância de aprender a linguagem computacional.

Disponível em https://bityli.com/GynpnGi . Acesso em: 02 ago. 2022. Adaptada.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Escolha algum conteúdo estudado anteriormente e faça um fluxograma para algo relacionado a ele.

Resposta pessoal.