DC-GOEM NA PRÁTICA!

2ª série
Ensino Médio
4º Bimestre
Professor/a

Matemática e suas Tecnologias

Recurso Didático para o(a) Professor(a)

DC-GOEM NA PRÁTICA!

ESTADO DE GOIÁS
SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO

Governador do Estado de Goiás
Ronaldo Ramos Caiado

Vice-Governador do Estado de Goiás
Lincoln Graziani Pereira da Rocha

Secretária de Estado de Educação
Aparecida de Fatima Gavioli Soares Pereira

Superintendente de Ensino Médio
Osvany da Costa Gundim Cardoso

Gerente de Produção de Materiais
Vanuse Batista Pires Ribeiro

Gerente de Ensino Médio
Itatiara Teles de Oliveira

Coordenadora Geral de Gerência de Produção de Material para Ensino Médio
Alessandra Nery da Silva

Coordenadora de Currículo e Produção de Materiais para Ensino Médio
Telma Antônia Rodrigues Alves

ELABORADORES/AS

Linguagens e suas Tecnologias
Joanede Aparecida Xavier de Souza Fé - Coordenadora de Área
Aline Folly Faria Monteiro - Arte /Música
Elaene Lopes Carvalho - Língua Estrangeira/ Inglês
Fernanda Moraes de Assis – Arte/ Artes Visuais
Ivair Alves de Souza - Língua Portuguesa
Luciana Evangelista Mendes – Língua Estrangeira/ Espanhol
Luzia Mara Marcelino - Língua Portuguesa
Mara Veloso de Oliveira Barros - Arte /Artes Cênicas

Onira de Ávela Pinheiro Tancrede - Artes / Teatro

Rosane Christina de Oliveira - Educação Física - Arte / Dança

Renato Ribeiro Rodrigues - Educação Física - Arte / Dança

Matemática e suas Tecnologias

Henrique Carvalho Rodrigues – Coordenador de Área

Alexsander Costa Sampaio

Silvio Coelho da Silva

Ciências Humanas e Sociais Aplicadas

Pedro Ivo Jorge de Faria – Coordenador de Área

Alexandre Rodrigues Bernardes - Filosofia

Carlos César Higa – Sociologia

Fernanda Serbêto – História

Gustavo Henrique José Barbosa – Sociologia/Filosofia

Ione Apolinário Pinto – Geografia

Ciências da Natureza e suas Tecnologias

Núbia Pontes Pereira – Coordenadora de Área

Francisco Rocha – Física

Ítalo Rodrigues Guedes - Física

Leonardo Dantas Vieira – Física

Murilo Pereira Ramos – Biologia

Rosimeire Silva de Carvalho – Química

Sandra Marcia de Oliveira Silva – Biologia

Sara Giselle de Cassia Alexandre Gondim – Biologia

Equipe de Revisão

Elaine Nicolodi

Vanuse Batista Pires Ribeiro

Designer Gráfico

Hugo Leandro de Leles Carvalho – capa

Edição e publicação do NetEscola e Drives de Gerência de Produção de Material para Ensino Médio

Jhonatan César Alcântara Araújo

Equipe de Diagramação

Alessandra Nery da Silva

Jhonatan César Alcântara Araújo

Sara Giselle de Cassia Alexandre Gondim

Matemática e suas Tecnologias

ORIENTAÇÃO AO(A) PROFESSOR(A)

O material didático desenvolvido nesta apostila propõe aos professores(as) e estudantes um alinhamento com o Documento Curricular para Goiás-Etapa Ensino Médio para a área de Matemática e suas Tecnologias. Os módulos foram organizados seguindo a Bimestralização desta área do conhecimento, respeitando as competências específicas, habilidades específicas, objetivos de aprendizagem e objetos de conhecimento deste mesmo documento.

Por fim, as sugestões de trabalho, apresentadas neste material didático, refletem a constante busca da promoção das competências de Matemática e suas Tecnologias, indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo.

CAPÍTULO 01 – MOMENTO 01- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPONENTE CURRICULAR

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT201A) Calcular o perímetro e a área de figuras planas, área total e volume de sólidos geométricos, de regiões reais, relacionando elementos e características (quantidade de lados, regularidade, composição, decomposição, medidas, entre outros) das formas geométricas planas com as espaciais para resolver problemas que envolvam medidas de grandezas.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Conceitos e procedimentos de geometria métrica.

DESCRITOR SAEB/SAEGO

Utilizar cálculo de área total de prisma ou pirâmide na resolução de problema.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

Recomposição: Inserção Curricular

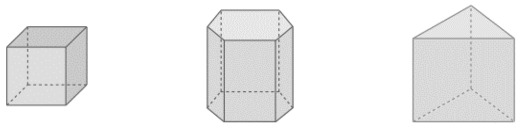
CONCEITO

ATENÇÃO!

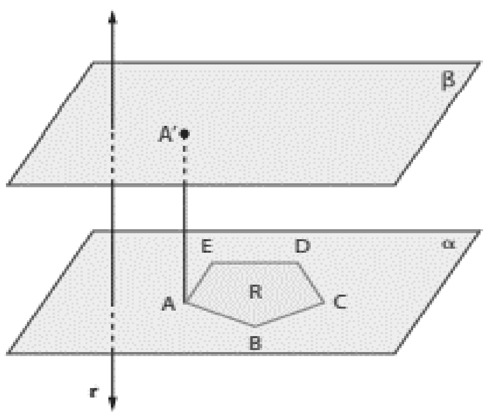
A expressão **prisma** cuja base é um quadrado deve ser entendida como prisma cuja base é uma região quadrada.

PRISMAS

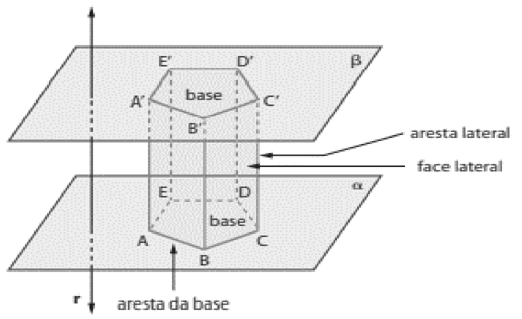
Vamos aprofundar os estudos dos poliedros.



Considere uma região poligonal ABCDE contida em um plano $\boldsymbol{\alpha}$, conforme a figura. Escolha um ponto **A’** qualquer, não pertencente a $\boldsymbol{\alpha}$. Por A’ trace o plano $\boldsymbol{\beta}$ paralelo a $\boldsymbol{\alpha}$**.**



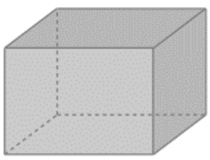
Por B, C, D, E trace retas paralelas a AA’ que cortam $\boldsymbol{\beta}$ nos pontos B’, C’, D’, E’. Essas retas são paralelas entre si, veja a seguir.



Considere, por exemplo, dois segmentos consecutivos $\overline{AA'}$ e $\overline{BB'}$. O quadrilátero **AA'B'B** é plano, pois seus lados **AA'** e **BB'** são paralelos. Logo $\overline{AB}$ e $\overline{A'B'}$ são paralelos. Portanto, **AA'B'B** é um paralelogramo. Assim, as regiões limitadas por paralelogramos assim determinados, juntamente com as regiões poligonais **ABCDE** e **A'B'C'D'E'**, determinam um poliedro chamado prisma de bases **ABCDE** e **A'B'C'D'E'**.

O paralelepípedo

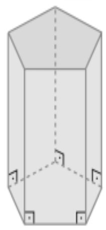
Se a base é uma região em forma de paralelogramo, temos um prisma particular chamado paralelepípedo. Os paralelepípedos são prismas cuja particularidade é que qualquer de suas faces pode ser tomada como base.



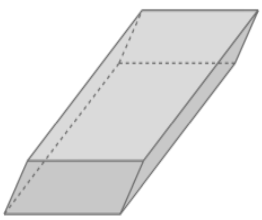
Observe que, duas faces opostas quaisquer estão situadas em planos paralelos e são ligadas por arestas paralelas entre si.

Prismas retos

Prisma reto é quando as arestas laterais são perpendiculares às bases, e é oblíquo quando não o são.



Prisma reto



Prisma oblíquo

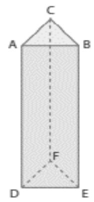
No prisma reto, as faces laterais são regiões retangulares.

SAIBA MAIS

Retângulo é um caso particular de paralelogramo.

O prisma recebe nomes especiais de acordo com a região poligonal das bases.

Prisma reto de base triangular ou prisma reto triangular



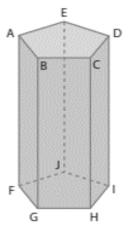
Planificado

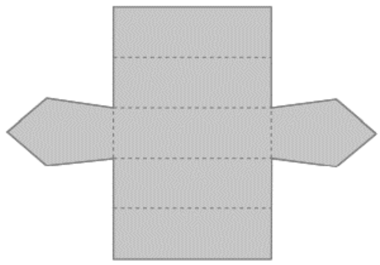
Bases: regiões ABC e DEF
Faces laterais: regiões ABED, ACFD, BCFE
Arestas laterais: $\overline{AD}$, $\overline{CF}$ e $\overline{BE}$

SAIBA MAIS

As faces laterais são limitadas por paralelogramos particulares, ou seja, por retângulos.

Prisma reto de base pentagonal ou prisma reto pentagonal

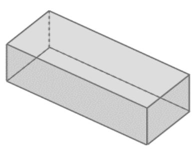




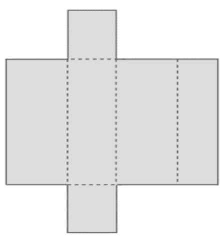
Planificado

Bases: regiões ABCDE e FGHIJ
Faces laterais: regiões BCHG, CDIH, DEJI, AEJF e ABGF (retangulares)
Arestas laterais: $\overline{AF}$, $\overline{BG}$, $\overline{EJ}$, $\overline{CH}$ e $\overline{DI}$

Prisma reto de base retangular ou paralelepípedo retângulo ou bloco retangular



Paralelepípedo retângulo ou bloco retangular



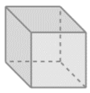
Paralelepípedo retângulo planificado

Um paralelepípedo retângulo é um prisma reto em que qualquer face serve de base.

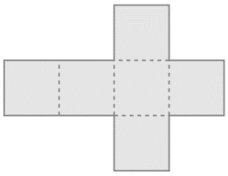
SAIBA MAIS

Um paralelepípedo retângulo é um prisma reto em que qualquer face serve de base.

Cubo ou hexaedro regular



Cubo ou hexaedro regular



Cubo planificado

O cubo ou hexaedro regular, que é um caso particular de paralelepípedo retângulo, no qual cada face é uma região quadrada.

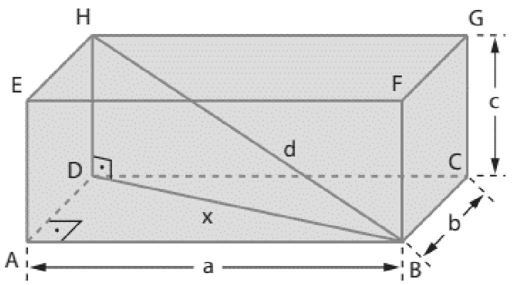
Prisma regular é um prisma reto cuja base é uma região poligonal regular.

SAIBA MAIS

Todo quadrado é um retângulo. Todo retângulo é um paralelogramo. Então, todo quadrado é um paralelogramo.

Cálculo da diagonal de um paralelepípedo reto retangular e de um cubo

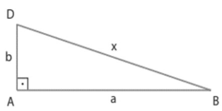
No paralelepípedo de dimensões a, b e c, temos:



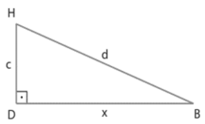
d = medida da diagonal do paralelepípedo

x = medida da diagonal da base

Na figura podemos localizar dois triângulos retângulos:



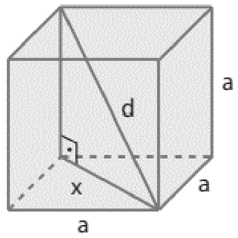
$x^2 = a^2 + b^2$



$d^2 = x^2 + c^2$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

No cubo, como ele é um caso particular de paralelepípedo reto retangular, temos:



$$d = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$$
$$d = a\sqrt{3}$$

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Quanto mede a diagonal de um paralelepípedo reto retangular no qual as dimensões são 10 cm, 6 cm e 8 cm?

Resposta: $10\sqrt{2}\ cm.$

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 02 –

Um cubo tem $10\sqrt{3}$ cm de aresta. Calcule a medida de sua diagonal.

Resposta: 30 cm.

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 03 –

Num cubo, a soma das medidas de todas as arestas é 48 cm. Calcule a medida da diagonal desse cubo.

Resposta: $d - a\sqrt{3} - 4\sqrt{3}\ cm.$

____
____
____
____
____

MOMENTO 02 - MATEMÁTICA

Recomposição: Nivelamento

CONCEITO

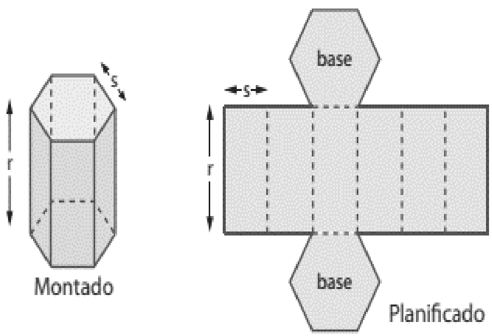
ATENÇÃO!

ÁREA DA SUPERFÍCIE DE UM PRISMA

Em todo prisma, considere

- superfície lateral: é formada pelas faces laterais;
- superfície total: é formada pelas faces laterais e pelas bases;
- área lateral (AL): é a área da superfície lateral;
- área total (AT): é a área da superfície total.

A seguir, no **prisma hexagonal regular**, a aresta da base mede 3 cm e a aresta da face lateral mede 6 cm. Determinar a área total.



Temos:

r: medida da aresta lateral = 6 cm

s: medida da aresta da base = 3 cm

área lateral: AL = 6 (**r.s**) = 6(6.3) = 108 cm^2

área da base: A_b= área da região limitada pelo hexágono regular, formada por 6 regiões triangulares equiláteras. A área de uma região triangular equilátera de lado l.

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Assim:

$$A_b = 6\,.\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}\ cm^2$$

Como são duas bases,

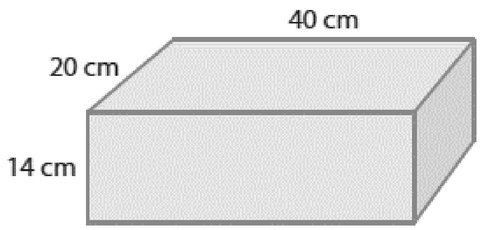
$$2\,.\,A_b = 27\sqrt{3}\ cm^2$$

$$AT = \text{área lateral} + \text{área das bases}$$

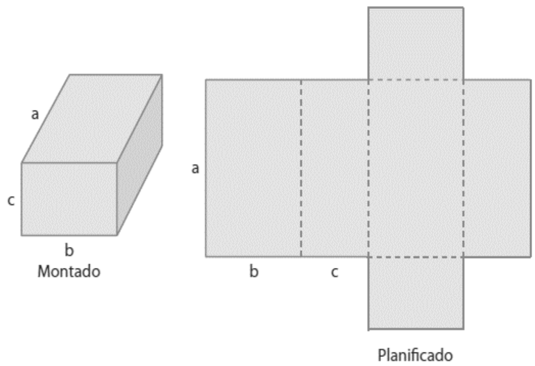
$$AT = AL + 2A_b$$

$AT = 108 + 27\sqrt{3}$ **, fazendo** $\sqrt{3} \simeq 1,7$, temos $AT \simeq 153,9\ cm^2$.

Uma fábrica precisa produzir 10 000 caixas de sabão com as medidas da figura a seguir. Desprezando as abas, quantos metros quadrados de papelão serão necessários?



A caixa de sabão tem a forma de um paralelepípedo retângulo, vejamos:



O paralelepípedo retângulo é formado por 6 faces, de acordo com a figura:

duas regiões retangulares de medidas **a** e **b**;

duas regiões retangulares de medidas **a** e **c**;

duas regiões retangulares de medidas **b** e **c**.

Assim:

área total: $AT = 2ab + 2ac + 2bc$

$$AT = 2(40\,.\,20 + 40\,.\,14 + 20\,.\,14)$$

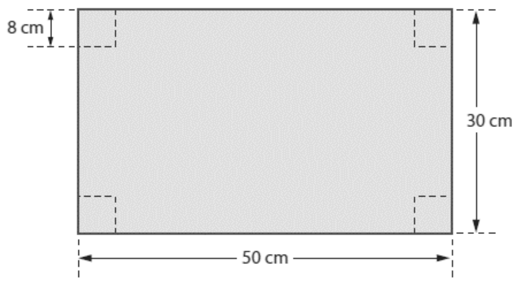
$$AT = 3280\ cm^2$$

Como são 10 000 caixas,

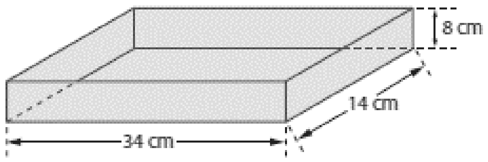
$A = 3280\,.\,10\,000 = 32\,800\,000\ cm^2$.

Portanto, serão necessários pelo menos 3 280 m^2 de papelão.

Considere uma folha de cartolina de 50 cm de comprimento por 30 cm de largura, podemos construir uma caixa aberta cortando um quadrado de 8 cm de lado em cada canto da folha. Quantos centímetros quadrados de material são necessários para que seja construída essa caixa?



Montando a caixa,



Observando a caixa montada, temos:

duas regiões retangulares de 34 cm por 8 cm:

$$\boldsymbol{A_1 = 34\,.\,8 = 272\ cm^2}$$

duas regiões retangulares de 14 cm por 8 cm:

$$\boldsymbol{A_2 = 14\,.\,8 = 112\ cm^2}$$

uma região retangular de 34 cm por 14 cm:

$$\boldsymbol{A_3 = 34\,.\,14 = 476\ cm^2}$$

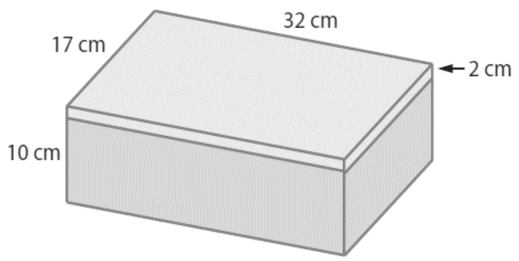
Portanto, a quantidade de material necessária é:

$$2A_1 + 2A_2 + A_3 = 2\,.\,272 + 2\,.\,112 + 476 = 1244\ cm^2$$

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Quantos centímetros quadrados de papelão são gastos para fazer uma caixa de sapatos do tipo e tamanho a seguir?



Resposta: 2264 cm^2.

ATIVIDADE 02 –

Num prisma triangular regular, a aresta da base mede 4 cm e a aresta lateral mede 9 cm. Calcule a área lateral e a área total do prisma.

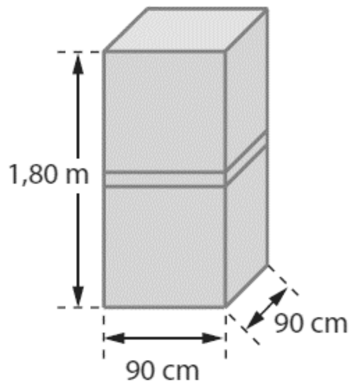
Resposta: $AL = 108\ cm^2$

$A_b = 4\sqrt{3}$

$AT = 4(27 + 2\sqrt{3})\ cm^2$.

ATIVIDADE 03 –

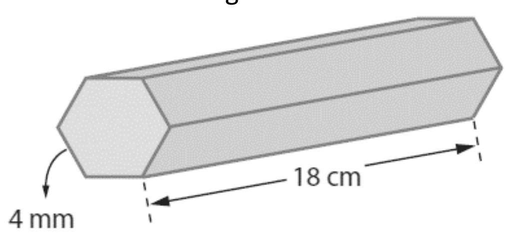
Quantos metros quadrados de madeira são gastos, aproximadamente, para fabricar 100 caixas para transportar geladeiras?



Resposta: 810cm^2.

ATIVIDADE 04 –

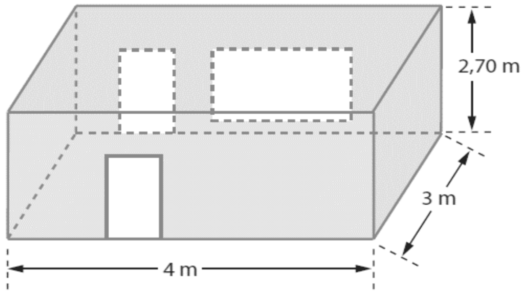
Quantos centímetros quadrados de papel adesivo são gastos para cobrir a superfície total de uma peça sextavada cuja forma e medidas estão na figura abaixo?



Resposta: 0,24(180+$\sqrt{3}$) cm^2.

ATIVIDADE 05 –

Quantos metros quadrados de azulejo são necessários para revestir até o teto as quatro paredes de uma cozinha com as dimensões da figura abaixo? Sabe-se também que cada porta tem 1,60 m^2 de área e a janela tem uma área de $2m^2$.



Resposta: 32,6 cm^2.

____
____
____
____
____

MOMENTO 03 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

CONCEITO

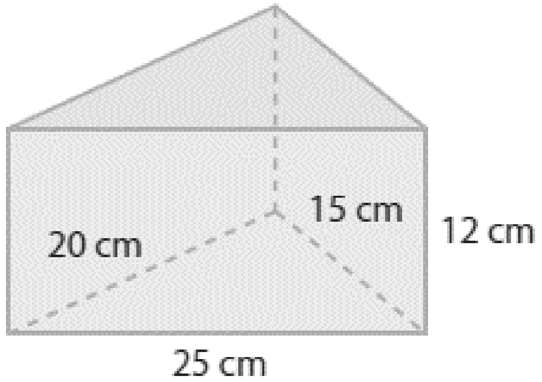
ATENÇÃO!

VOLUME DO PRISMA

Calcular o volume de um prisma qualquer, aplicamos o princípio de Cavalieri.

$$Volume\ do\ prisma = área\ da\ base\ .\ altura$$
$$V = A_b\ h$$

Calcule o volume do prisma reto indicado.



Nesse caso, a base desse prisma é um triângulo do qual são conhecidos os três lados. Assim para obter a área da base usaremos a fórmula de Heron,

$\boldsymbol{A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$.

Substituindo os valores,

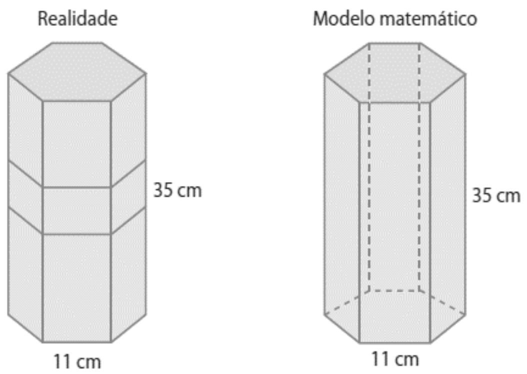
$$\boldsymbol{A_b = \sqrt{30\,.\,5\,.\,10\,.\,15} = 150}$$

A altura do prisma é de 12 cm. Seu volume é:

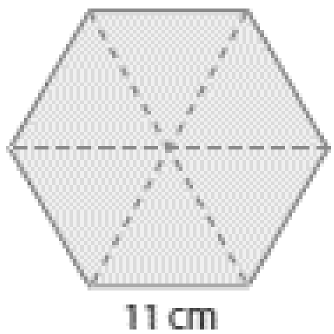
$$\boldsymbol{V = A_b h = 150\,.\,12 = 1800\ cm^3}$$

Logo, o volume do prisma é de 1 800 cm3.

Para encher de areia a caixa indicada. Qual é o volume de areia que cabe nessa caixa? (**Dado:** $\boldsymbol{\sqrt{3} \simeq 1,7}$**)**



Observe que a área da base é a área de um hexágono regular cujo lado mede 11 cm.



O hexágono regular é formado por 6 triângulos equiláteros e a área de um triângulo equilátero de lado l é dada por $\boldsymbol{A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}}$.

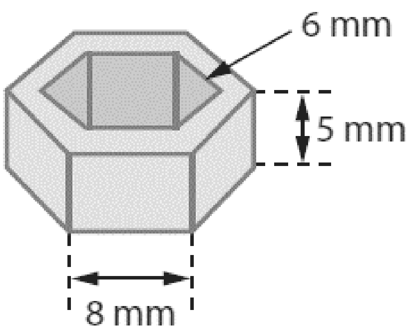
Logo, a área da base é dada por $\boldsymbol{A \simeq 308,6\ cm^2}$

O volume do prisma é dado por

$$\boldsymbol{V = A_b\ h = 308,6\ cm^2\,.\,35\ cm}$$
$$\boldsymbol{= 10\ 801\ cm^3}$$
$$\boldsymbol{V = 10,801\ dm^3}.$$

Nessa caixa o volume de areia que cabe é de aproximadamente 11 dm^3.

Calcule o volume de uma porca de parafuso cuja forma e medidas estão na figura a seguir.



Vamos indicar por:

$\boldsymbol{V_1}$**:** o volume do prisma maior.
$\boldsymbol{V_2}$**:** o volume do prisma menor.
$\boldsymbol{V = V_1 - V_2}$**:** volume da porca.

Vamos calcular $\boldsymbol{V_1}$:

$$\boldsymbol{A_{b_1} = 6\,.\frac{8^2\sqrt{3}}{4} \simeq 163,2\ mm^2}$$
$$\boldsymbol{V_1 = A_{b_1}h = 816\ mm^3}$$

Vamos calcular V_2:

$$\boldsymbol{A_{b_2} = 6\,.\frac{6^2\sqrt{3}}{4} \simeq 91,8\ mm^2}$$
$$\boldsymbol{V_1 = A_{b_2}h = 459\ mm^3}$$

Volume:

$$\boldsymbol{V = V_1 - V_2}$$
$$\boldsymbol{V = 816 - 459 = \ 357mm^3}$$

O volume da porca.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

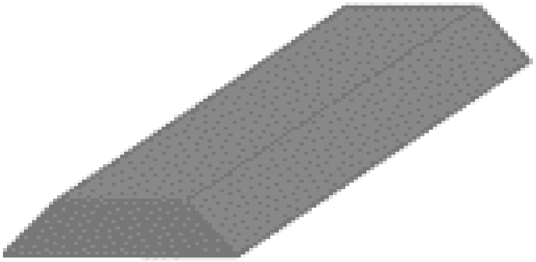
Determine o volume de um prisma triangular regular no qual a aresta da base mede 4 cm e a altura mede $10\sqrt{3}$.

Resposta: $120\ cm^3$

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 02 –

Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura ao lado). As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura da barra é 5 cm. O comprimento da barra é 30 cm. Qual é seu volume?

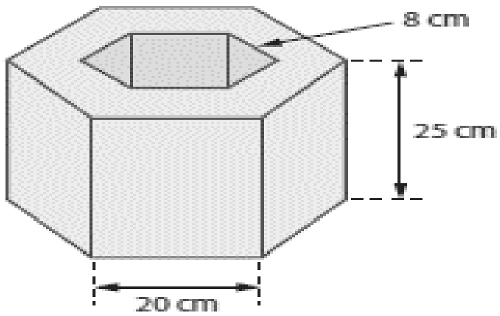


Resposta: $1500\ cm^3$

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 03 –

Calcule o volume de uma peça de metal cuja forma e medidas estão na figura a seguir:

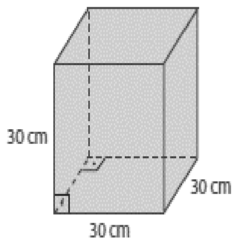


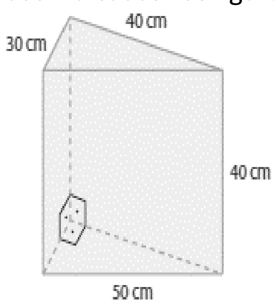
Resposta: $12600\sqrt{3}\ cm^3$

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 04 –

Duas caixas ocas de madeira serão construídas com as formas e medidas indicadas nas figuras.





a) Em qual delas será usada maior quantidade de Madeira?

Resposta: $6000\ cm^2 > 5400\ cm^3$

____

____

____

____

b) Qual delas terá espaço interno maior?

Resposta: $27000\ cm^3 > 24000\ cm^3$

____

____

____

____

CAPÍTULO 02 – MOMENTO 01- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPONENTE CURRICULAR

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT201B) Resolver problemas que envolvam medidas de grandezas (cálculos de perímetro, área, volume, capacidade ou massa), utilizando procedimentos matemáticos para participar de ações voltadas a comunidade local.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Conceitos e procedimentos de geometria métrica.

Sistema métrico decimal e unidades não convencionais.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

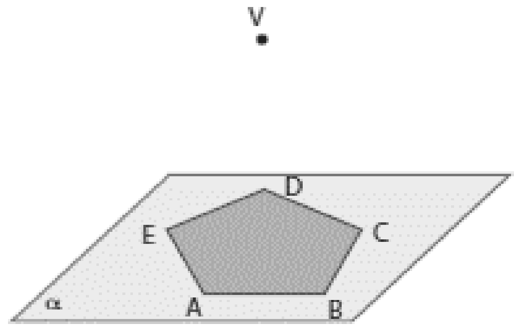
CONCEITO

ATENÇÃO!

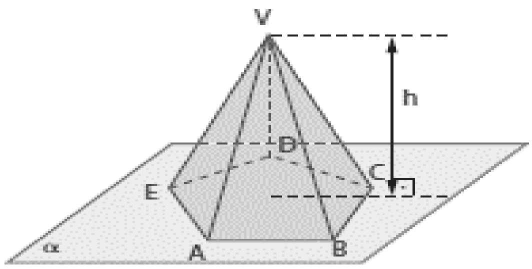
PIRÂMIDES

Construção e definição de pirâmide

Analise a região poligonal, por exemplo ABCDE, contida em um plano α e um ponto V exterior ao plano da região poligonal.

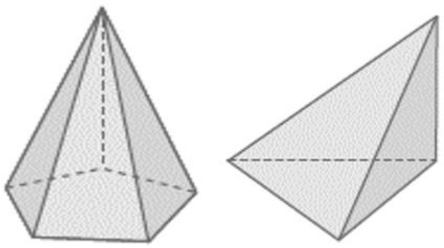


Trace os segmentos $\overline{VA}$, $\overline{VB}$, $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ e $\overline{VE}$. Cada dois vértices consecutivos de ABCDE determinam com V uma região triangular. Essas regiões triangulares, juntamente com a região poligonal ABCDE, determinam um poliedro chamado pirâmide de base ABCDE e vértice V.



A distância do vértice ao plano da base, que indicamos por h, é chamada altura da pirâmide. Os segmentos $\overline{VA}$, $\overline{VB}$, $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ e $\overline{VE}$ são chamados de arestas laterais, e as regiões triangulares VAB, VBC, VCD, VDE e VEA são chamadas de faces laterais da pirâmide.

Se todas as arestas laterais são congruentes, a pirâmide é reta; caso contrário, ela é oblíqua.



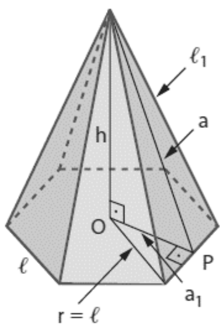
pirâmide é reta pirâmide oblíqua

Área da superfície de uma pirâmide

Do mesmo modo que foi visto nos prismas, nas pirâmides também temos:

- superfície lateral: é formada pelas faces laterais (triangulares);
- área lateral: é a área da superfície lateral;
- superfície total: é formada pelas faces laterais e pela base;
- área total: é a área da superfície total.

Uma **pirâmide regular hexagonal** tem 8 cm de altura e a aresta da sua base mede $3\sqrt{3}\ cm$. Calcule a área total.



$$A_{total} = A_{base} + A_{lateral}$$

$$a_1 = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$A_b = 6 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{2}$$

$$r = l$$

$$r^2 = l^2 = a_1^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$a^2 = h^2 + a_1^2$$

$$l = 3\sqrt{3}$$

$$h = 8$$

Cálculo de A_b (área da base):

$$A_b = 6 \cdot \frac{\left(3\sqrt{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \simeq 68,85$$

Cálculo de a_1 (apótema da base):

$$a_1 = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2}$$

Cálculo de a (apótema da pirâmide):

$$a^2 = 8^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 \simeq 9,1$$

Cálculo de A_l $(área\ lateral)$:

$$A_l = 6 \cdot \frac{la}{2} \simeq 139,23$$

Cálculo de A_t (área total)

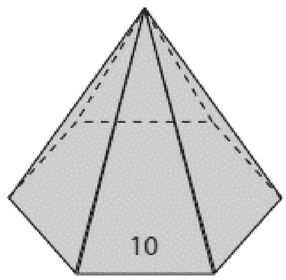
$$A_t = A_b + A_l$$

$$A_t = 208,08\ cm^2$$

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Uma pirâmide regular hexagonal tem 10 cm de altura e a aresta da sua base mede 4 cm. Calcule:



a) o apótema da base

Resposta: $2\sqrt{3}\ cm$

____
____
____

b) o apótema da pirâmide

Resposta: $4\sqrt{7}\ cm$

____
____
____

c) a aresta lateral

Resposta: $2\sqrt{29}\ cm$

____
____
____

d) a área da base

Resposta: $24\sqrt{3}\ cm^2$

____
____
____

e) a área lateral

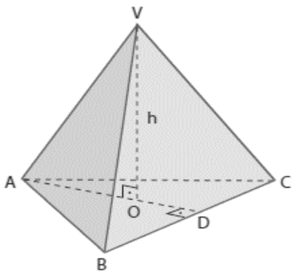
Resposta: $48\sqrt{7}\ cm^2$

f) a área total

Resposta: $24(\sqrt{3}+2\sqrt{7})cm^2$

ATIVIDADE 02 –

Num tetraedro regular, a aresta mede $2\sqrt{3}\ cm^2$.



Calcule:

a) a altura do tetraedro

Resposta: $2\sqrt{2}\ cm$

b) a área total

Resposta: $12\sqrt{3}\ cm^2$

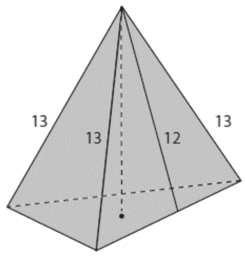
ATIVIDADE 03 –

Determine a área total de uma pirâmide regular cuja altura é 15 cm e cuja base é um quadrado de 16 cm de lado.

Resposta: $800\ cm^2$

ATIVIDADE 04 –

Calcule a área lateral de uma pirâmide regular triangular cuja aresta lateral mede 13 cm e o apótema da pirâmide mede 12 cm.



Resposta: $180\ cm^2$

ATIVIDADE 05 –

A soma das medidas de todas as arestas de um tetraedro regular é 72 cm. Calcule a área total do tetraedro.

Resposta: $144\sqrt{3}\ cm^2$

MOMENTO 02 - MATEMÁTICA

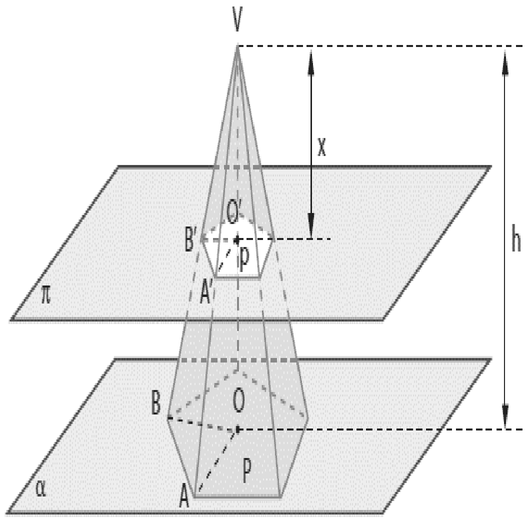
Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

VOLUME DA PIRÂMIDE

Observe a figura a seguir.



Na figura, a pirâmide tem a base P contida no plano α e está sendo seccionada pelo plano horizontal **π**, paralelo a **α**.

Essa secção da pirâmide pelo plano **π** é uma região poligonal p semelhante à base **P**. A pirâmide miniatura tem base p e altura ***x*** (distâncias do ponto **V** ao plano **π**), e a pirâmide original tem base P e altura **h**.

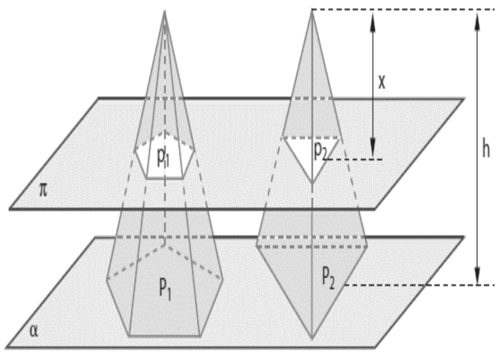
Se duas figuras geométricas são semelhantes, com razão k entre suas dimensões lineares, então suas áreas têm razão k^2. Aqui, **k** é a razão entre as alturas **h** e **x** das pirâmides semelhantes.

$$\boldsymbol{k = \frac{h}{x} \rightarrow k^2 = \left(\frac{h}{x}\right)^2}$$

Logo, se p e P são semelhantes, então:

$$\frac{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P}}{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p}} = \left(\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{x}}\right)^2$$

Considere duas pirâmides cujas áreas das bases são iguais e que têm a mesma altura.



Como, $\frac{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P_1}}{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p_1}} = \left(\frac{h}{x}\right)^2$ **e** $\frac{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P_2}}{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p_2}} = \left(\frac{h}{x}\right)^2$ assim,

$$\frac{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P_1}}{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p_1}} = \frac{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P_2}}{\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p_2}}$$

Como $\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P_1} = \text{á}\boldsymbol{rea\ de\ P_2}$, então $\text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p_1} = \text{á}\boldsymbol{rea\ de\ p_2}$, para qualquer plano horizontal **π.**

Pelo princípio de Cavalieri, temos que os volumes das pirâmides são iguais. Pirâmides com áreas das bases iguais e com mesma altura têm volumes iguais.

Cálculo do volume de uma pirâmide qualquer

O volume de uma pirâmide qualquer é óbito fazendo

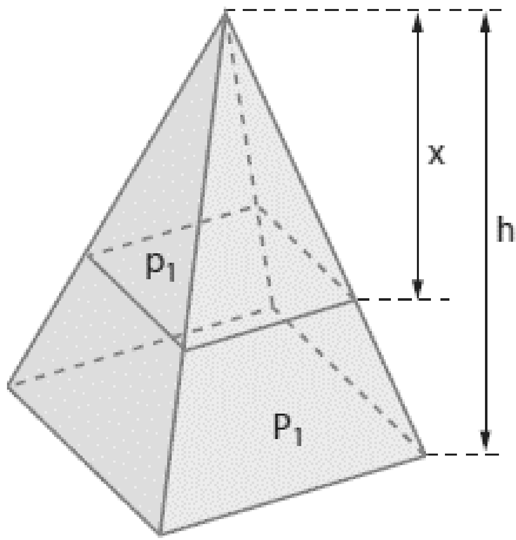
$$\boldsymbol{V = \frac{A_b h}{3}}.$$

SUGESTÃO DE PESQUISA

PESQUISA 01 –

Considere a importância da temática "Pirâmide e seu Volume", desenvolva uma pesquisa com a finalidade de verificar a maneira de obter a fórmula do volume.

A área da base de uma pirâmide é 36 cm^2. Uma secção transversal feita a 3 cm da base tem 9 cm^2 de área. Determine a altura da pirâmide.



$$\boldsymbol{P_1 = 36\ cm^2}$$
$$\boldsymbol{p_1 = 9\ cm^2}$$
$$\boldsymbol{h - x = 3 \ \rightarrow x = h - 3}$$
$$\boldsymbol{\frac{P_1}{p_1} = \frac{h^2}{x^2} \rightarrow \frac{36}{9} = \frac{h^2}{(h-3)^2}}$$
$$\boldsymbol{\rightarrow h = 6}$$

A altura da pirâmide é **6 cm.**

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Uma pirâmide tem por base um quadrado de lado 8 cm. A altura da pirâmide é 20 cm. Calcule a área da secção transversal feita a 12 cm do vértice.

Resposta: 23,04 cm^2

____

____

ATIVIDADE 02 –

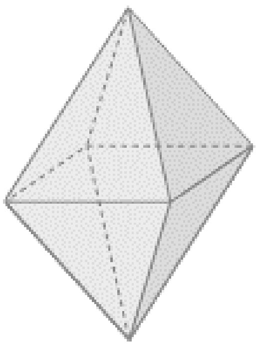
A área da base de uma pirâmide é 100 cm^2 . A área da secção transversal feita a 5 cm da base da pirâmide é 25 cm^2. Calcule a altura da pirâmide.

Resposta: 10 cm^2

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 03 –

Uma pedra preciosa tem a forma da figura ao lado. Sabendo que a pedra tem 6 mm em todas as arestas, calcule o volume da pedra.

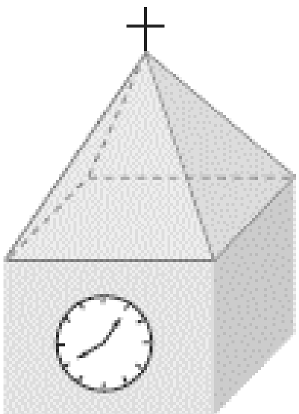


Resposta: 400 cm^3

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 04 –

A parte mais alta da torre de uma igreja é uma pirâmide quadrada (figura ao lado). A aresta da base tem 6 m e a altura da pirâmide é 4 m. Qual é o volume dessa parte da torre?



Resposta: 48 m^3

____
____
____
____
____

ATIVIDADE 05 –

Um enfeite de acrílico tem a forma de uma pirâmide quadrada. Sua base tem 15 cm de aresta e sua altura é 20 cm. Supondo-o maciço, qual é o volume de acrílico usado para fazer esse enfeite?

Resposta: 1500 cm^3

____
____
____
____
____

CAPÍTULO 03 – MOMENTO 01- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPONENTE CURRICULAR

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT201C) Propor ações voltadas a comunidade local relacionadas aos cálculos de perímetro, área, volume, capacidade ou massa, utilizando medidas de grandezas para intervir em contextos que favoreçam a comunidade.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Funções, fórmulas e expressões algébricas.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

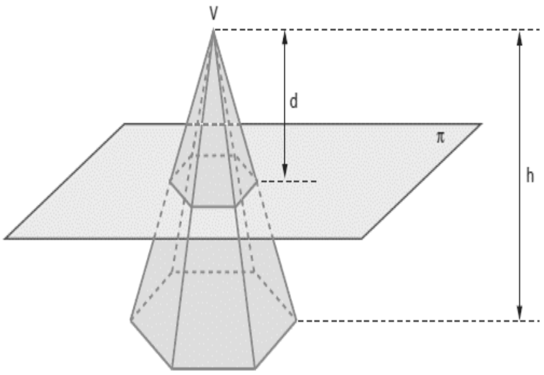
Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

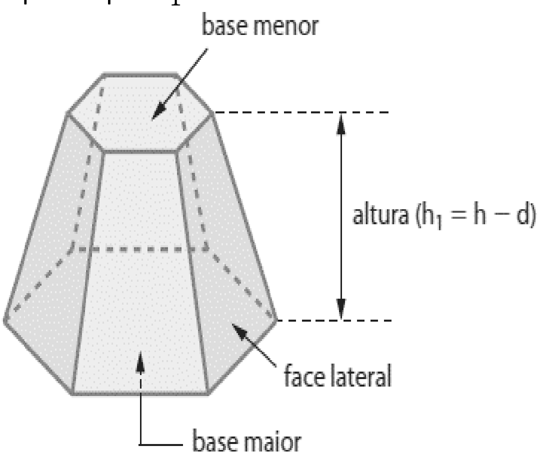
TRONCO DE PIRÂMIDE

Considere a pirâmide de vértice **V** e altura **h**. Traçando um plano π paralelo à base, que secciona a pirâmide a uma distância **d** do vértice, obtemos dois poliedros: uma pirâmide de vértice **V** e altura **d** e um poliedro que é chamado *tronco* da pirâmide inicial.



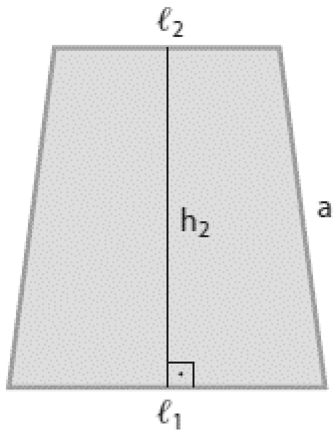
No tronco da pirâmide, destacamos:

- ➢ duas bases: a base da pirâmide inicial (base maior do tronco) e a secção determinada por π (base menor do tronco);
- ➢ as faces laterais, que são regiões limitadas por trapézios;
- ➢ a distância entre as bases do tronco, que se chama altura do tronco; sua medida é expressa por $h_1 = h - d$.



Quando a pirâmide original é regular, o tronco de pirâmide é chamado de regular e, nesse caso:

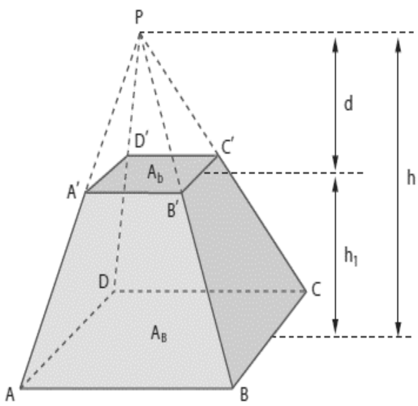
- ➢ as bases são regiões poligonais regulares e semelhantes;
- ➢ as faces laterais são regiões limitadas por trapézios isósceles;
- ➢ a altura de um desses trapézios é chamada *apótema* do tronco.



$l_1 = aresta\ da\ base\ maior\ do\ tronco$
$\boldsymbol{l_2} = aresta\ da\ base\ menor\ do\ tronco$
$\boldsymbol{a} = aresta\ lateral\ do\ tronco$
$\boldsymbol{h_2} = apótema\ do\ troco$
$(ou\ altura\ da\ face\ lateral)$

Volume do tronco de pirâmide

Considere o tronco de pirâmide representado na figura a seguir.



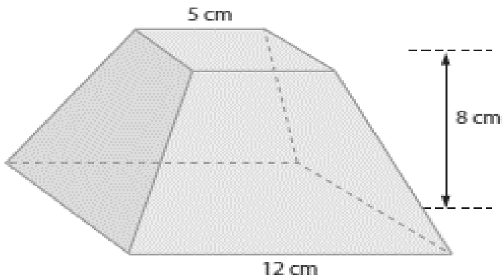
$\boldsymbol{A_B} = área\ da\ base\ maior$
$\boldsymbol{A_b} = área\ da\ base\ menor$
$\boldsymbol{h} = altura\ da\ pirâmide\ PABCD$
$\boldsymbol{h_1} = altura\ do\ tronco$
$\boldsymbol{V} = volume\ do\ troco$

$$\boldsymbol{V = \frac{h_1}{3}\left(A_B + \sqrt{A_B A_b} + A_b\right)}$$

OBSERVAÇÃO

Na prática, em geral é mais adequado obter o volume do tronco pela subtração dos volumes das pirâmides semelhantes (o original e a miniatura), em vez de decorar a fórmula acima. Entretanto, fica a critério de cada um o processo a ser usado.

Um tronco de pirâmide tem como bases duas regiões quadradas de lados 5 cm e 12 cm. A altura do tronco é 8 cm. Vamos calcular o volume desse tronco.

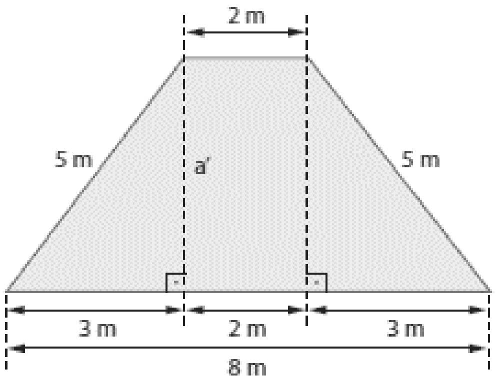


$$A_B = 12\,cm \,.\, 12\,cm = 144\,cm^2$$
$$A_b = 5\,cm \,.\, 5\,cm = 25\,cm^2$$
$$h_1 = 8\,cm$$
$$V = \frac{h_1}{3}\left(A_B + \sqrt{A_B A_b} + A_b\right) = \frac{8}{3}(144 + 60 + 25)$$
$$= \frac{8}{3} \,.\, 229 \simeq 610{,}6\,cm^3$$

O volume do tronco é de $610{,}6\,cm^3$, aproximadamente.

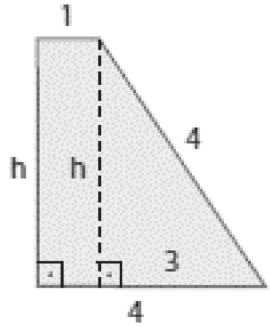
As bases de um tronco de pirâmide regular são regiões quadradas de lados 8 m e 2 m, respectivamente. A aresta lateral do tronco mede 5 m. Vamos calcular o volume do tronco.

A face lateral desse tronco de pirâmide determina um trapézio isósceles, conforme nos mostra a figura a seguir.



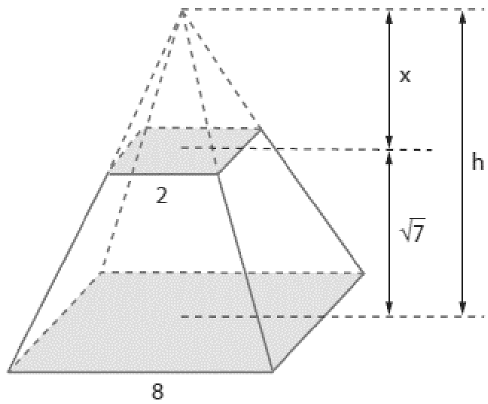
Temos: $\mathbf{5^2 = a'^2 + 3^2 \;\rightarrow a' = 4\,m}$

Vamos calcular a altura do tronco:



$$\mathbf{4^2 = 3^2 + h^2 \;\rightarrow h = \sqrt{7}\,m}$$

Sem usar a fórmula,



Temos que $h = x + \sqrt{7}$ e que a razão de semelhança entre as duas pirâmides semelhantes é:

$$\mathbf{k = \frac{2}{8} = \frac{x}{h} \rightarrow 2h = 8x \rightarrow x = \frac{\sqrt{7}}{3}}$$

O volume:

Pirâmide miniatura

$$\mathbf{\frac{1}{3} \,.\, 2^2 . \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{4\sqrt{7}}{9}}$$

Pirâmide original

A razão entre os volumes da pirâmide miniatura e do original é $\mathbf{k^3 = \left(\frac{2}{8}\right)^3 = \frac{1}{64}}$.

$$\mathbf{\frac{V_{mini}}{V_{original}} = \frac{1}{64} \rightarrow V_{original} = V_{mini} \,.\, 64}$$
$$\mathbf{= \frac{256\sqrt{7}}{9}\,m^3}$$

Então o volume do tronco é:

$$\mathbf{\frac{256\sqrt{7}}{9} - \frac{4\sqrt{7}}{9} = 28\sqrt{7}\,m^3}$$

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

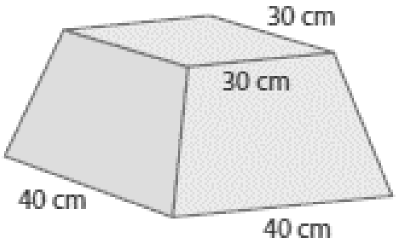
Um tronco de pirâmide tem como bases dois quadrados de lados 8 cm e 12 cm, respectivamente. A altura do tronco é 21 cm. Calcule o volume do tronco.

Resposta: 2128 cm^3.

____
____
____
____

ATIVIDADE 02 –

Uma peça de cristal tem a forma e as medidas da figura, a seguir. Qual é o volume de cristal empregado para fazer essa peça, se a sua altura é de 15 cm?

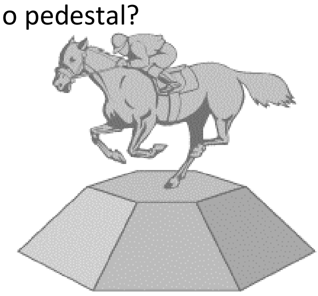


Resposta: 18500 cm^3.

____
____
____
____

ATIVIDADE 03 –

Uma estátua está colocada sobre um pedestal de concreto em forma de tronco de pirâmide hexagonal regular. As arestas das bases do pedestal medem 10 m e 4 m, e sua altura é 6 m. Qual é o volume de concreto usado para construir o pedestal?

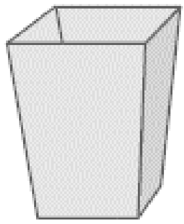


Resposta: $468\sqrt{3}\ m^3$.

____
____
____
____

ATIVIDADE 04 –

Um cesto de lixo tem a forma de um tronco de pirâmide (figura ao lado). Seu fundo é um quadrado de 20 cm de lado e sua parte superior é um quadrado com 30 cm de lado. A altura do cesto é 36 cm. Qual é o volume de papel que cabe nesse cesto?



Resposta: 22800 cm^3.

____
____
____
____

ATIVIDADE 05 –

Calcule o volume de um tronco de pirâmide de altura 6 cm, sabendo que suas bases são quadrados de perímetros 56 cm e 32 cm.

Resposta: 744cm^3

____
____
____
____
____
____

CAPÍTULO 04 – MOMENTO 01- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPONENTE CURRICULAR

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT309A) Conhecer as características de sólidos geométricos (prismas, pirâmides e corpos redondos), identificando seus elementos (arestas, faces, vértices etc.) para calcular áreas totais e volumes.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Geometria Métrica: poliedros e corpos redondos

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

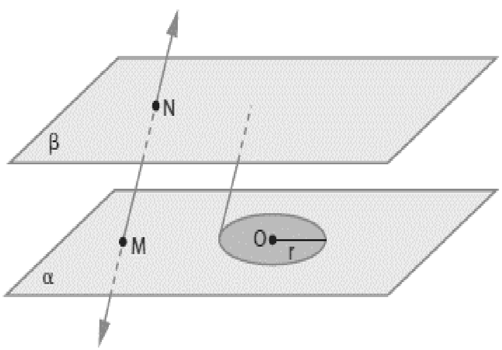
Imersão Curricular

CONCEITO

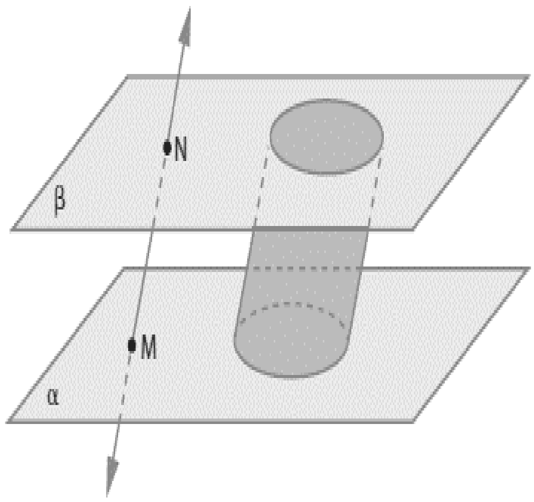
ATENÇÃO!

CORPOS REDONDOS

Considere dois planos α e β, distintos e paralelos, e um segmento de reta MN com M pertencente a α e N pertencente a β.



Dado um círculo C de centro O e raio r, contido em α, chamamos *cilindro circular* (ou simplesmente *cilindro*) à reunião de todos os segmentos de reta, paralelos e congruentes ao segmento MN, que unem um ponto do círculo C a um ponto de β. No caso de $\overline{MN}$ ser perpendicular a α, o cilindro é reto.

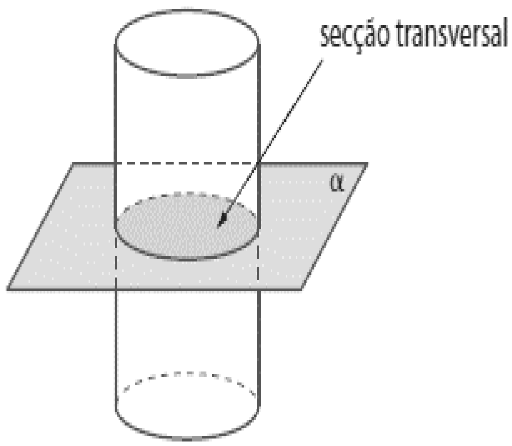


Intuitivamente o cilindro é o conjunto de pontos gerado por uma translação de um círculo.

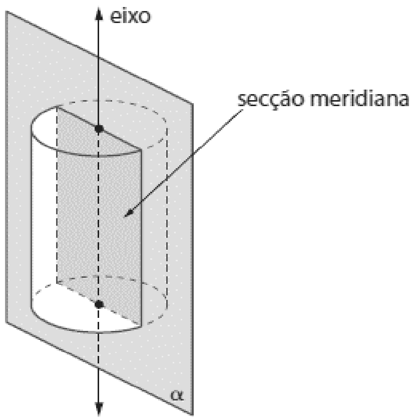
A superfície do cilindro é formada pelas bases, e uma parte não plana, que é a superfície lateral. A distância entre os planos das bases é altura do cilindro.

SECÇÕES DE UM CILINDRO

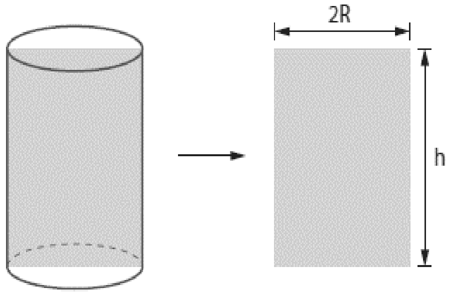
Secção transversal é a intersecção do cilindro com um plano paralelo às suas bases. Essa secção transversal é um círculo congruente às bases.

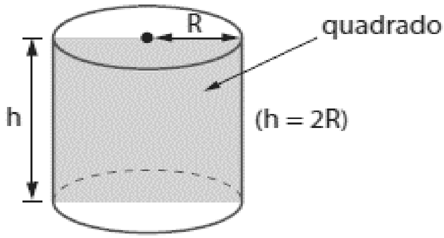


Secção meridiana é a intersecção do cilindro com um plano que contém o seu eixo.



A secção meridiana de um cilindro reto é um retângulo.



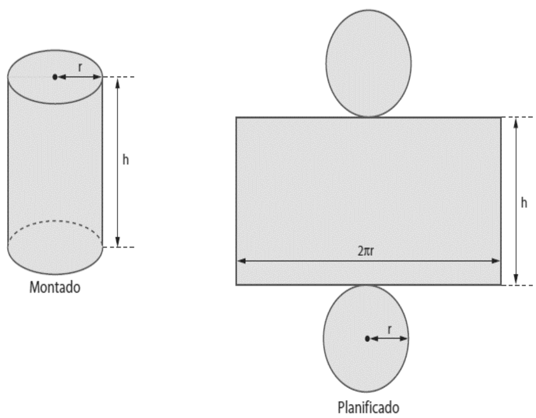


Cilindro equilátero

Se a secção meridiana for um quadrado, dizemos que o cilindro é *equilátero*. Nesse caso, $h = 2R$.

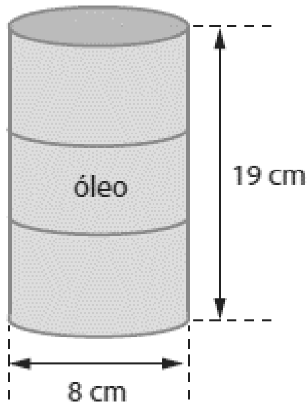
Área da superfície de um cilindro reto

A superfície total do cilindro é formada pela superfície lateral mais as superfícies das duas bases.



A superfície total do cilindro é formada pela superfície lateral mais as superfícies das duas bases.
Assim:
área lateral: $\boldsymbol{A_l = 2\pi r h}$
área das bases: $\boldsymbol{2A_b = 2\pi r^2}$
área total: $\boldsymbol{A_t = 2\pi r(h + r)}$

Quantos centímetros quadrados de material são usados, aproximadamente, para fabricar a lata de óleo indicada ao lado?



Logo, considerando $\pi \simeq 3{,}14$, temos:

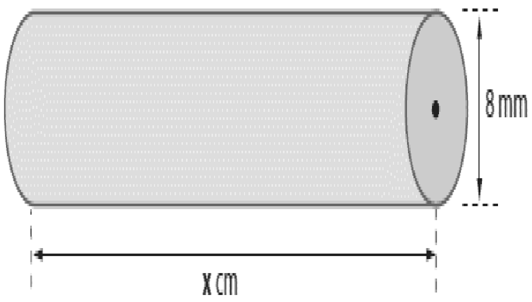
$\boldsymbol{A_l = 2\pi r h = 477{,}28\ cm^2}$
$\boldsymbol{2A_b = 2\pi r^2 = 100{,}48\ cm^2}$
$\boldsymbol{A_t = 477{,}28 + 100{,}48 = 577{,}76\ cm^2}$

São necessários, aproximadamente, 577,76 cm^2 de material.

Esse problema pode ser resolvido em função de π.

$\boldsymbol{A_l = 2\pi r h = 152\pi\ cm^2}$
$\boldsymbol{2A_b = 2\pi r^2 = 32\pi\ cm^2}$
$\boldsymbol{A_t = 152\pi + 32\pi = 184\pi\ cm^2}$

Qual deve ser o comprimento de um tubo, de forma cilíndrica, se a sua superfície total pode ser coberta com 43,7088 cm^2 de plástico e o diâmetro de cada base tem 8 mm? (Use π ≃ 3,14.)



O diâmetro da base é 8 mm = 0,8 cm. Logo, r = 0,4 cm.

$2A_b = 2\pi r^2 = 1,0048$
$A_l = 2\pi rh = 2,512x$
$A_t = 2A_b + A_l = 43,7088 \Rightarrow x = 17$
Logo, o comprimento do tubo deve ser de 17 cm.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

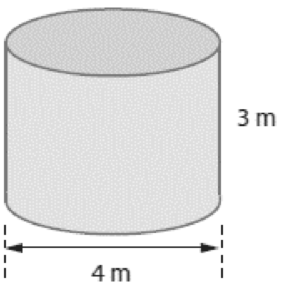
ATIVIDADE 01 –
A base de um cilindro reto tem 4 cm de diâmetro. A altura do cilindro mede, também, 4 cm. Determine:

a) a área das bases;
Resposta: $25{,}12\ cm^2$

b) a área lateral;
Resposta: $50{,}24\ cm^2$

c) a área total.
Resposta: $75{,}36\ cm^2$

ATIVIDADE 02 –
Um tanque cilíndrico tem 3 m de profundidade. Sua base superior é aberta e tem 4 m de diâmetro. Quantos galões de tinta são necessários para pintar o interior desse tanque, se para cada metro quadrado se gasta $\frac{1}{4}$ de galão?

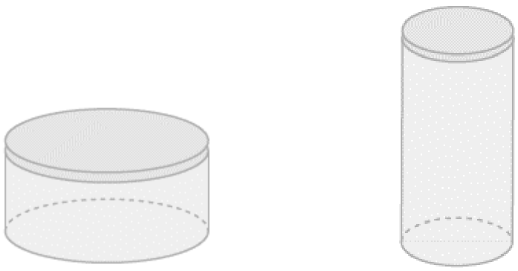


Resposta: $A_l = 37{,}68\ m^2$
$A_b = 12{,}56\ m^2$

ATIVIDADE 03 –
Uma lata de refrigerante tem forma cilíndrica, com 8 cm de diâmetro nas bases e 15 cm de altura. Quantos centímetros quadrados de material são necessários, aproximadamente, para fabricar essa lata de refrigerante?
Resposta: $477{,}28\ cm^2$

ATIVIDADE 04 –
Sabe-se que a área lateral de um cilindro é $20\pi\ cm^2$. Se o raio da base é 5 cm, calcule a medida h da altura e a área total do cilindro.
Resposta: $h = 2\ cm$
$A_t = 219{,}8\ cm^2$

ATIVIDADE 05 –
Duas latas têm forma cilíndrica. A lata mais alta tem o dobro da altura da outra, mas seu diâmetro é a metade do diâmetro da lata mais baixa.



Em qual das duas latas se utilizou menos material?

Lata mais baixa:
Resposta: $A_t = 4\pi rh + 8\pi r^2$
Lata mais alta:
Resposta: $A_t = 4\pi rh + 2\pi r^2$

CAPÍTULO 05 – MOMENTO 01- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPONENTE CURRICULAR

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT309B) Calcular áreas totais e volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos, fazendo composições e decomposições para resolver problemas que envolvam gastos de materiais para revestir ou pintar os objetos estudados.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Área total e volume de prismas, pirâmides e corpos redondos.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

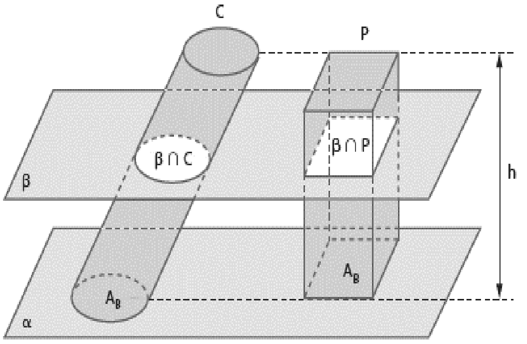
Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

VOLUME DO CILINDRO

O **volume do cilindro** pode ser determinado utilizando o princípio de Cavalieri. Dado um cilindro com a base contida em um plano α, considere um paralelepípedo retângulo, com a base contida em α, que tem a área da base igual à área da base do cilindro e altura igual à do cilindro. Cada plano β, paralelo a α, que secciona um dos sólidos também secciona o outro, e as secções determinadas por β em cada um deles têm a mesma área de suas bases.

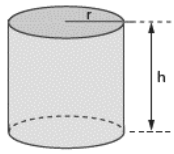


Pelo princípio de Cavalieri concluímos que **volume do cilindro = volume do paralelepípedo retângulo.** Como o volume do paralelepípedo retângulo é obtido fazendo área da $base\ x\ altura$, segue que:

$$volume\ do\ cilindro\ =\ área\ da\ base\ x\ altura$$

Sendo a base do cilindro um círculo de raio $\boldsymbol{r}$ e área $\boldsymbol{\pi r^2}$, temos:

volume do cilindro: $V = \pi r^2 h$



Qual é a capacidade de uma lata de molho de tomate que tem forma cilíndrica, com 7,5 cm de diâmetro e 11 cm de altura?

Modelo matemático

Cilindro

Se o diâmetro é de 7,5 cm, então r = 3,75 cm.
h = 11 cm

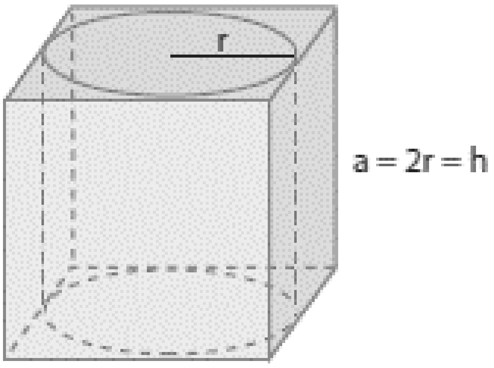
$$\boldsymbol{V = \pi r^2 h = 154,7\pi\ cm^3}$$

Considerando $\pi = 3,14$ e sabendo que $1\ dm^3 = 1\ l$ e $1\ cm^3 = 1\ ml$, temos:

$$\boldsymbol{154,7\ .\ 3,14\ \simeq\ 485,76\ ml}$$

Logo, a capacidade da lata é de aproximadamente 485,76 ml.

A figura mostra um cilindro inscrito num cubo.



O volume do cilindro é $\boldsymbol{64\pi\ cm^3}$. Determine o volume do cubo.

A altura do cilindro é igual ao seu diâmetro, temos:

$$\boldsymbol{V = \pi r^2 h \ \Rightarrow\ 64\pi = \pi r^2 . 2r \ \Rightarrow r = 2\sqrt[3]{4}\ cm.}$$

A aresta do cubo é igual ao diâmetro do cilindro, temos: $\boldsymbol{a = 2r = 4\sqrt[3]{4}\ cm}$

O volume do cubo:

$$\boldsymbol{V = a^3 = \left(4\sqrt[3]{4}\right)^3 = 256\ cm^3}$$

Portanto, **o volume do cubo é $\boldsymbol{256\ cm^3}$**.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

O reservatório de tinta de uma caneta esferográfica tem a forma cilíndrica. Seu diâmetro é de 2 mm e o seu comprimento é de 12 cm. Quantos ml de tinta podem ser acondicionados nesse reservatório?

Resposta: $0,3768\ ml$

____

____

____

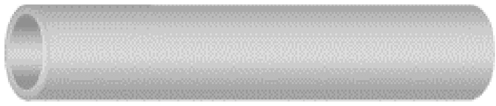
____

____

____

ATIVIDADE 02 –

Um cano cilíndrico de plástico (figura a seguir) tem 70 cm de comprimento. O raio externo tem 10 cm e o raio interno tem 6 cm. Qual é o volume de plástico usado para fazer esse cano?



Resposta: $14067{,}2\ cm^3$

____

____

____

____

ATIVIDADE 03 –

Um galão de vinho de forma cilíndrica tem o raio da base igual a 2,5 m e sua altura é 2 m. Se apenas 40% do seu volume está ocupado por vinho, qual é a quantidade de vinho existente no galão, em litros?

Resposta: $15700\ l$

____

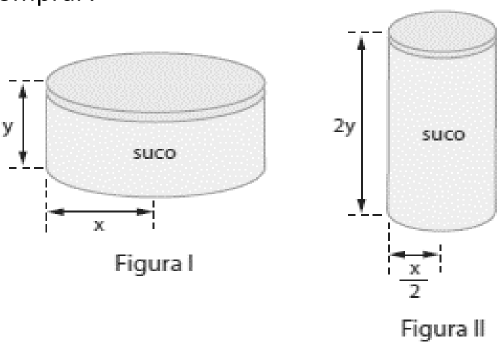
____

____

____

ATIVIDADE 04 –

Um suco de frutas é vendido em dois tipos de latas cilíndricas. Uma delas (figura I) tem raio da base **x** e altura **y**. A outra (figura II) tem raio da base $\frac{x}{2}$ e altura 2y. A primeira delas é vendida por R$ 16,00 e a segunda por R$ 10,00. Qual das duas latas é mais vantajoso comprar?



Resposta: $V_I = x^2 y\pi$

$$V_{II} = \frac{x^2 y\pi}{2}$$

____

____

____

____

____

ATIVIDADE 05 –

Uma seringa tem a forma cilíndrica com 2 cm de diâmetro por 8 cm de comprimento. Quando o êmbolo se afasta 5 cm da extremidade da seringa próxima à agulha, qual é o volume, em mililitros, de remédio líquido que a seringa pode conter?

Resposta: *aproximadamente* 15,7 *ml*

CAPÍTULO 06 – MOMENTO 01- MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

COMPONENTE CURRICULAR

MATEMÁTICA

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

HABILIDADE DA BNCC

(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

OBJETIVO DE APRENDIZAGEM DC-GOEM

(GO-EMMAT309C) Resolver e elaborar problemas cotidianos que envolvem o cálculo de áreas totais e volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos, com ou sem apoio de tecnologias digitais, utilizando procedimentos matemáticos e/ou geométricos para argumentar e tomar decisões relacionadas ao gasto de materiais.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

Área total e volume de prismas, pirâmides e corpos redondos.

MOMENTO 01 - MATEMÁTICA

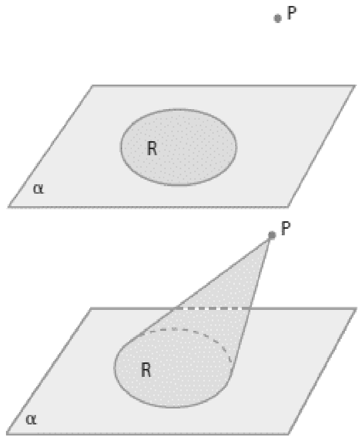
Imersão Curricular

CONCEITO

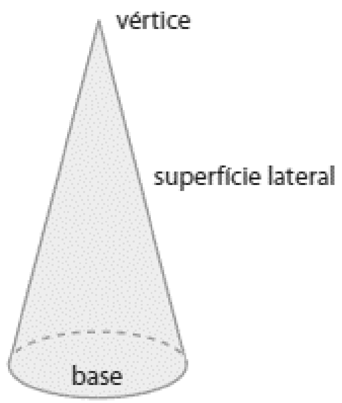
ATENÇÃO!

O CONE

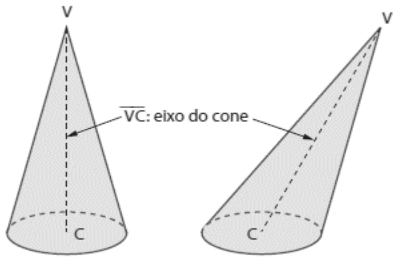
Considere um plano, uma região circular **R** nesse plano e um ponto **P** não pertencente a α. A reunião de todos os segmentos que ligam cada ponto de **R** ao ponto **P** é um sólido chamado *cone circular*.



A superfície do cone é formada por uma parte plana, que é a sua base, e uma parte não plana, que é a sua superfície lateral.

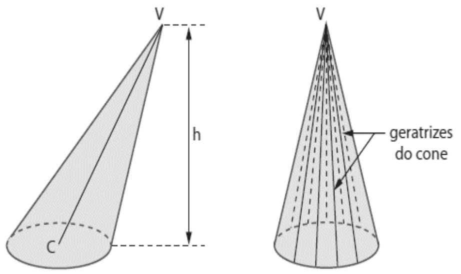


O eixo do cone é o segmento de reta que liga o vértice ao centro da base. Se o eixo é perpendicular à base, o cone denomina-se *cone reto*. Se o eixo é oblíquo à base, o cone é chamado *cone oblíquo*.

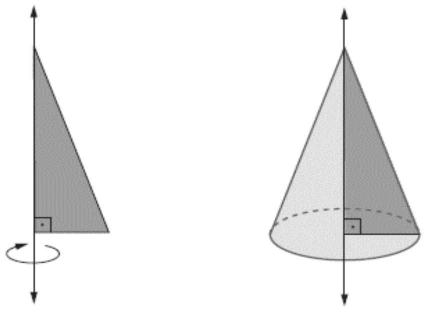


Cone reto Cone oblíquo

A altura **h** do cone é o segmento de reta perpendicular traçado do vértice ao plano da base. No caso do cone reto, a medida do eixo coincide com a da altura **h**. No cone reto, cada segmento que liga o vértice a um ponto da circunferência da base é chamado *geratriz* do cone.



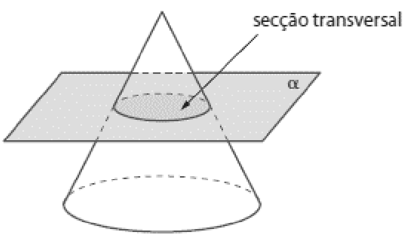
Um cone reto pode ser obtido girando-se uma região triangular cujo contorno é um triângulo retângulo em torno de uma reta que contém um dos catetos. Por esse motivo, o cone reto é considerado um *sólido* ou *corpo de revolução* e é chamado *cone de revolução*.



Secções do cone

Secção transversal

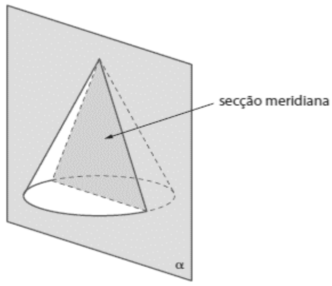
A secção transversal é a intersecção do cone com um plano paralelo à sua base.



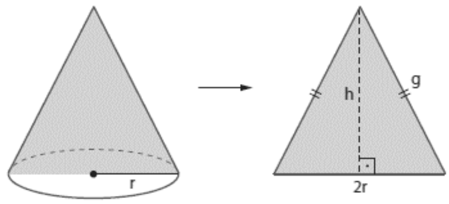
A secção transversal do cone é um círculo.

Secção meridiana

A secção meridiana é a intersecção do cone com um plano que contém o seu eixo.

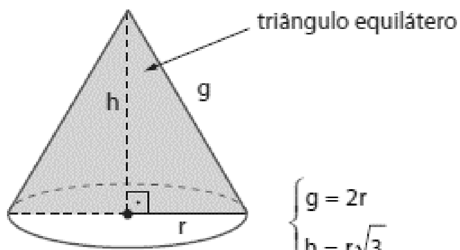


A secção meridiana de um cone reto é um triângulo isósceles.



OBSERVAÇÃO

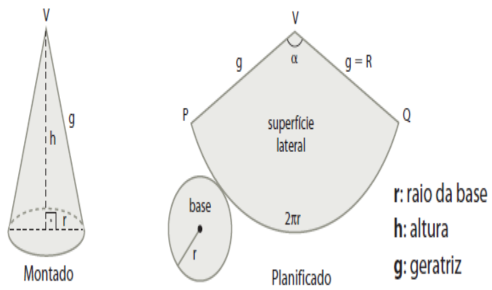
Se a secção meridiana for um triângulo equilátero, diremos que o cone é *equilátero*. Nesse caso, $g = 2r$ e $h = r\sqrt{3}$.



Cone equilátero

Área da superfície de um cone reto

A superfície total do cone reto é formada pela superfície lateral (um setor circular) mais a superfície da base (um círculo), isto é, $\boldsymbol{A_t = A_l + A_b}$**.**

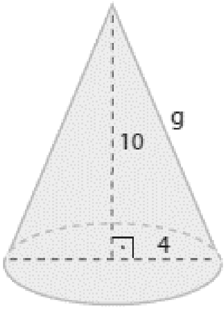


Inicialmente calculamos a área do setor (A_l). No vimos que a área de um setor circular é proporcional à área do círculo correspondente, de forma que:

$$\frac{A_{setor}}{\pi R^2} = \frac{\alpha_{graus}}{360°} = \frac{\alpha_{rad}}{2\pi} = \frac{l}{2\pi R}$$

$A_l = \pi r g$ $A_b = \pi r^2$ $A_t = \pi r(g + r)$

Um cone reto tem 10 cm de altura e raio da base igual a 4 cm.



a) Calcular a medida da sua geratriz.

$g^2 = 10^2 + 4^2 \rightarrow g \simeq 10{,}8\ cm$

b) Calcular a área lateral.

$A_l = \pi r g = 3{,}14 \,.\, 4 \,.\, 10{,}8 \simeq 135{,}6\ cm^2$

c) Calcular a área total.

$A_b = \pi r^2 = 3{,}14 \,.\, 4^2 = 50{,}24\ cm^2$

$A_t = A_b + A_l = 135{,}6 + 50{,}24$
$= 185{,}84\ cm^2$

d) Calcular a medida do ângulo do setor circular. (Use $\pi = 3{,}14$.) $R = g = 10{,}8\ cm\ e\ l = 2\pi \,.\, 4 = 8\pi$:

$$\frac{\alpha}{360°} = \frac{l}{2\pi R} \rightarrow \alpha = 133°18'$$

A geratriz de um cone reto mede 5 cm e o ângulo central do setor circular mede 72°.

Temos $\alpha = 72°$ (ângulo central) e $g = R = raio\ do\ setor\ circular = 5\ cm.$

$$\frac{A_l}{\pi . 5^2} = \frac{72}{360} \rightarrow A_l = 15,70\ cm^2$$

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Um cone reto tem 24 cm de altura e o raio da base é igual a 18 cm. Calcule:

a) a medida de sua geratriz;
Resposta: 30 cm

b) a área lateral;
Resposta: 1695,6 cm^2

c) a área total.
Resposta: 2712,96 cm^2

ATIVIDADE 02 – A geratriz de um cone circular reto mede 10 cm e o raio da base é igual a 4 cm. Calcule:

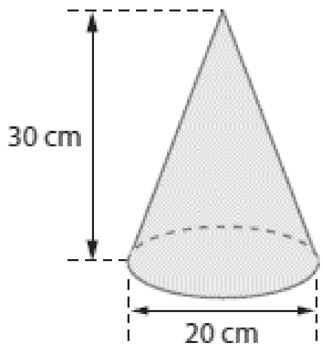
a) a altura do cone;
Resposta: $2\sqrt{21}\ cm$

b) a área lateral;
Resposta: 125,6 cm^2

c) a área total;
Resposta: 175,84 cm^2

d) a medida do ângulo do setor circular.
Resposta: 144°

ATIVIDADE 03 –
Quantos centímetros quadrados de cartolina serão gastos para fazer o chapéu de palhaço cujas medidas estão na figura a seguir?



Resposta: 992,9 cm^2

ATIVIDADE 04 –

A geratriz de um cone reto mede 13 cm e o diâmetro da sua base é 10 cm. Qual é a área lateral e a área total do cone?

Resposta: $A_l = 204{,}1\ cm^2$

$A_t = 282{,}6\ cm^2$

____
____
____

ATIVIDADE 05 –

A área lateral de um cone reto é $24\pi\ cm^2$ e o raio de sua base é 4 cm. Qual é a área total do cone?

Resposta: $A_t = 125{,}6\ cm^2$.

____
____
____

MOMENTO 02 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

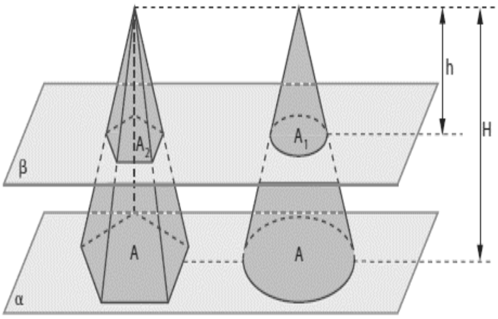
CONCEITO

ATENÇÃO!

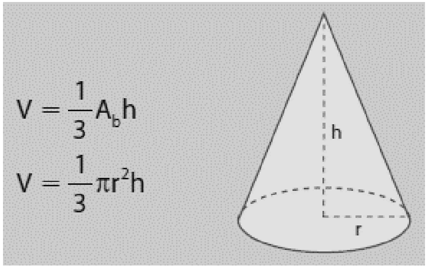
VOLUME DO CONE

Consideramos um cone de altura **H** e base de área **A** contida em um plano horizontal α. Consideramos também uma pirâmide de altura **H** e base de área **A** também contida em α. Se um plano horizontal β com distância **h** dos vértices secciona os dois sólidos, determinando regiões planas de áreas **A1** e **A2**, temos:

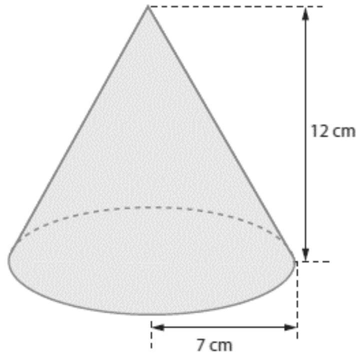
$$\frac{A_1}{A} = \frac{h^2}{H^2}\ e\ \frac{A_2}{A} = \frac{h^2}{H^2} \rightarrow A_1 = A_2$$



Pelo princípio de Cavalieri o cone e a pirâmide iniciais têm o mesmo volume. O volume da pirâmide é $V = \frac{AH}{3}$, então, o volume do cone também é o mesmo. Para um cone circular de raio **r** e altura **h**:



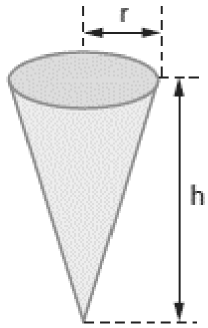
Qual é o volume de um cone de raio 7 cm e altura 12 cm?



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 196\pi \simeq 615{,}44\ cm^3$$

O volume do cone **é 615,44** cm^3 **,** aproximadamente.

Qual é a capacidade de uma casquinha de sorvete de forma cônica cujo diâmetro é 6 cm e cuja altura é 10 cm? (Use $\pi = 3{,}14$.)



Cone

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \simeq 94{,}20\ cm^3$$

Como $1\ cm^3 = 1\ ml$, a capacidade da casquinha é de 94,20 ml, aproximadamente.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Um tanque cônico tem 4 m de profundidade e seu topo circular tem 6 m de diâmetro. Qual é o volume máximo, em litros, que esse tanque pode conter de líquido?

Resposta: $37680\ l$

ATIVIDADE 02 –
Uma empresa fabrica um chocolate em forma de guarda-chuvinha, com 7 cm de altura e 2 cm de diâmetro. Qual é o volume desse chocolate?

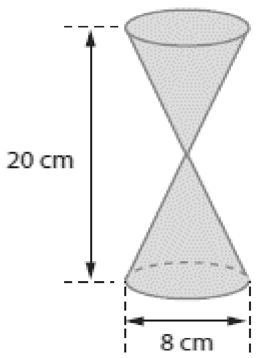
Resposta: $7{,}33\ ml$

ATIVIDADE 03 – (PUC-SP/2009-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

A altura e o raio da base de um cone circular reto medem 4 cm e 15 cm, respectivamente. Aumenta-se a altura e diminui-se o raio da base desse cone, de uma mesma medida $\boldsymbol{x}, x \neq 0$, para obter-se outro cone circular reto, de mesmo volume que o original. Determine **x**, em centímetros.

Resposta: $5\ cm$

ATIVIDADE 04 –
Observe a ampulheta cujas dimensões estão indicadas na figura. Qual é o volume de areia necessário para encher completamente um dos cones dessa ampulheta?



Resposta: $167{,}47\ cm^3$

ATIVIDADE 05 –
Uma vasilha tem a forma da figura dada. Seu topo circular tem 30 cm de diâmetro e a altura da vasilha é 20 cm. Qual é o volume máximo de líquido que essa vasilha pode conter em litros?

Resposta: $4{,}71\ l$

MOMENTO 03 - MATEMÁTICA

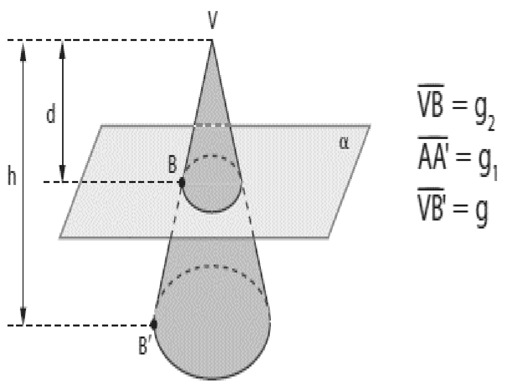
Imersão Curricular

CONCEITO

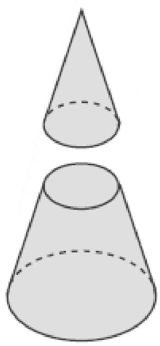
ATENÇÃO!

TRONCO DE CONE RETO

Considere um cone circular reto de vértice **V** e altura **h** e um plano α paralelo à base que secciona o cone a uma distância **d** do vértice, conforme a figura:

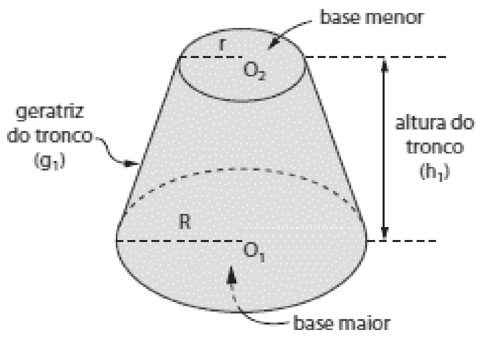


Observe que temos dois sólidos: um cone de vértice **V** e altura **d** e outro sólido, chamado *tronco* do cone inicial.

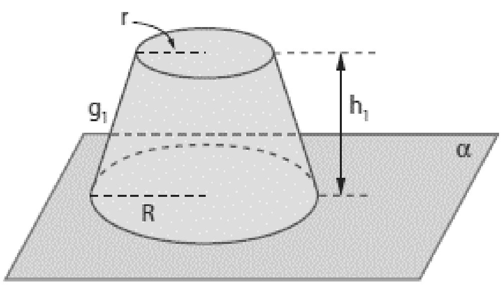


No tronco do cone, temos:

- ➢ duas bases: a base maior e a base menor;
- ➢ a altura (h_1), que é a distância entre as bases $h_1 = h - d$;
- ➢ a geratriz (g_1) que é obtida por $g_1 = g - g_2$



Área e volume do tronco de cone reto



área lateral: $\boldsymbol{A_l = \pi g_1 (R + r)}$

volume: $\boldsymbol{V = \frac{\pi h_1}{3} (R^2 + Rr + r^2)}$

SUGESTÃO DE PESQUISA

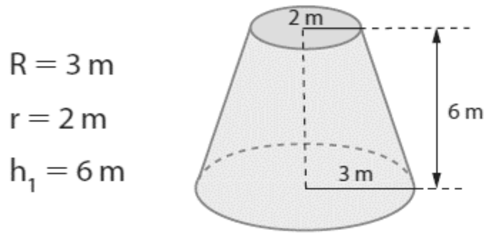
PESQUISA 01 –

Pesquise como demonstrar as fórmulas da área lateral e do volume do tronco de cone reto.

Na prática, em vez de usar a fórmula deduzida, em geral é mais adequado obter o volume do tronco de cone pela subtração dos volumes dos cones semelhantes (o original e a miniatura), como no caso do tronco de pirâmide.

Os raios das bases de um tronco de cone são 3 m e 2 m. A altura do tronco é 6 m. Calcular o seu volume.
(use $\pi = 3{,}14$.)

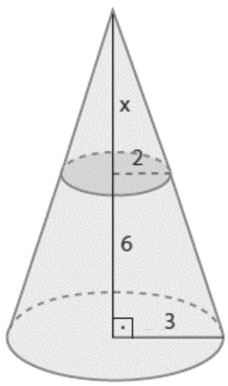
usando a fórmula:



$$\boldsymbol{V = \frac{\pi h_1}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right) = 38\pi}$$
$$\boldsymbol{\simeq 119,32\ m^3}$$

sem o uso da fórmula:

Seja $\boldsymbol{x + 6}$ a altura do cone que deu origem ao tronco de cone:



Usando semelhança, temos:

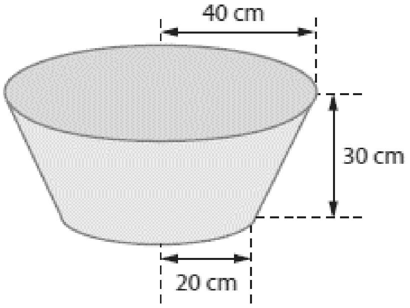
$$\boldsymbol{\frac{x}{x+6} = \frac{2}{3} \rightarrow x = 12}$$

o volume do tronco, então:

$$\boldsymbol{V_{tronco} = V_{cone\ maior} - V_{cone\ menor}}$$
$$\boldsymbol{= 54\pi - 16\pi = 38\pi}$$
$$\boldsymbol{\simeq 119,32}$$

O volume do tronco de cone é de aproximadamente $\boldsymbol{119,32\ m^3}$**.**

Uma vasilha tem a forma de um tronco de cone. Suas dimensões estão indicadas na figura.



Qual é o volume máximo de água que a vasilha pode conter, em litros? ($\pi = 3{,}14$)

$$\boldsymbol{R = 40\ cm; r = 20\ cm; h_1 = 30\ cm}$$

$$\boldsymbol{V = \frac{\pi h_1}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right) = 28000\pi}$$

$$\boldsymbol{\simeq 87920\ cm^3}$$

$$\boldsymbol{= 87{,}920\ dm^3}$$

Como $\boldsymbol{1\ dm^3 = 1\ l}$, temos que o volume máximo de água que a vasilha pode conter é de aproximadamente 87,92 l.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

O copo da figura tem as seguintes medidas internas: 6 cm e 8 cm de diâmetro nas bases e 9 cm de altura. Qual o volume máximo de água que esse copo pode conter em ml ?

Resposta: $348{,}54\ ml$

ATIVIDADE 02 –

Num tronco de cone, os perímetros das bases são 16π cm e 8π cm e a geratriz mede 5 cm. Calcule a altura, a área lateral e o volume do tronco.

Resposta: $h = 3\ cm$

$A_l \simeq 188{,}4\ cm^2$

$V \simeq 351{,}68\ cm^3$

ATIVIDADE 03 –

A área lateral de um tronco de cone é $40\pi\ cm^2$. Os raios das bases são 2 cm e 6 cm. Calcule a geratriz, a altura e o volume do tronco.

Resposta: $g = 5\ cm$

$h = 3\ cm$

$V \simeq 163{,}28\ cm^3$

ATIVIDADE 04 –

O volume de um cone é $400\pi\ m^3$ e o raio de sua base é 5 m. Calcule a altura, a geratriz e a área lateral do cone.

Resposta: $h = 48\ m$

$g \simeq 48{,}3\ cm$

$A_l \simeq 758{,}31\ cm^3$

ATIVIDADE 05 –

Qual é o volume de um cone reto, se a área lateral é $24\pi\ cm^2$ e o raio da sua base é 4 cm?

Resposta: $V \simeq 74{,}89\ cm^3$

MOMENTO 04 - MATEMÁTICA

Imersão Curricular

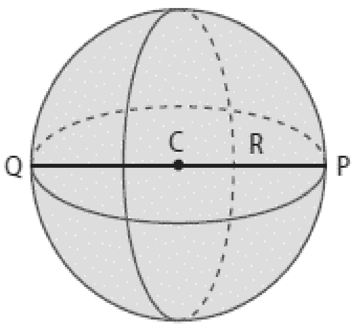
CONCEITO

ATENÇÃO!

A ESFERA

Consideremos um ponto **C** e um número real positivo **R** qualquer.

A esfera de centro **C** e raio de medida **R** é o conjunto de todos os pontos do espaço que estão a uma distância menor ou igual a **R** do ponto **C**.

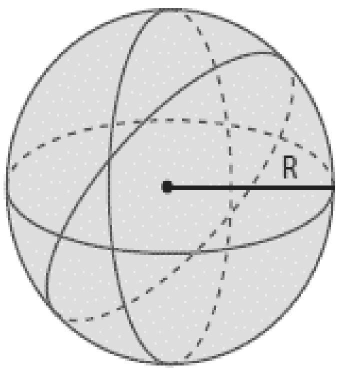


C: *centro da esfera*
$\overline{CP}$: *raio da esfera*
$\overline{PQ}$: *diâmetro da esfera*
R: *medida do raio da esfera*

A "casquinha" ou a fronteira da esfera chama-se *superfície esférica*.

Área da superfície esférica
Na figura estão desenhados três círculos máximos. A área da superfície esférica é dada pelo quádruplo da área de um dos círculos máximos, ou seja:

$$\boldsymbol{A = 4\pi R^2}$$



Por exemplo, se o raio de uma esfera é 9 cm, a área da superfície esférica será dada por:

$$A = 4\pi R^2 \simeq 4\,.\,3{,}14\,.\,9^2 \simeq 1\,017{,}36\ cm^2$$

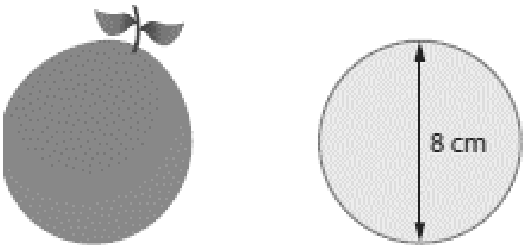
SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –
Determine a área da superfície esférica cujo raio é 6 cm.

Resposta: $A \simeq 452{,}16\ cm^2$

____
____
____
____

ATIVIDADE 02 –
Uma laranja tem a forma esférica com a medida indicada. Qual é a área aproximada da casca dessa laranja?



Resposta: $A \simeq 200{,}96\ cm^2$

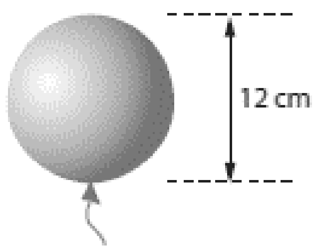
____
____
____
____

ATIVIDADE 03 –
Numa esfera, o diâmetro é 10 cm. Qual é a área da superfície dessa esfera?

Resposta: $A \simeq 314\ cm^2$

____
____
____
____

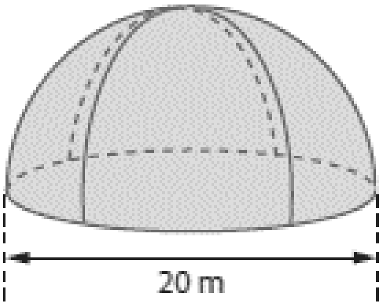
ATIVIDADE 04 –
Quantos metros quadrados de plástico são gastos aproximadamente para fazer o balão da figura a seguir?



Resposta: $A \simeq 0{,}045216\ m^2$

ATIVIDADE 05 –

A figura representa um hemisfério. Qual é a área da superfície desse hemisfério?



Resposta: $A \simeq 628\ m^2$

MOMENTO 05 - MATEMÁTICA

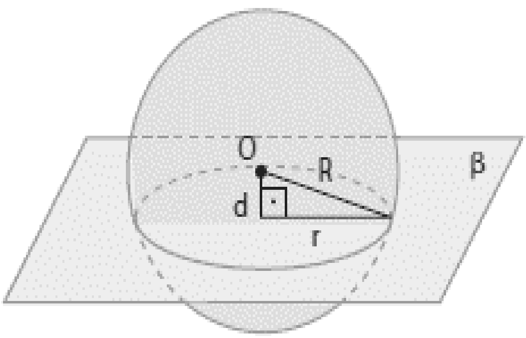
Imersão Curricular

CONCEITO

ATENÇÃO!

VOLUME DA ESFERA

O volume de uma esfera de raio **R** é igual a:



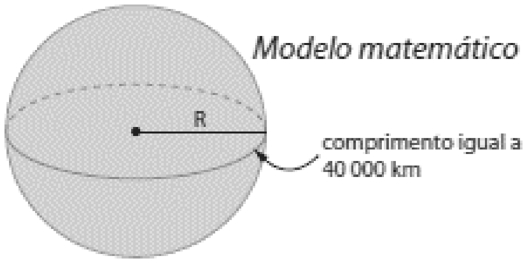
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

SUGESTÃO DE PESQUISA

PESQUISA 01 –

Pesquise como demonstrar a fórmula do volume.

Como calcular o seu volume e a área de sua superfície da Terra?



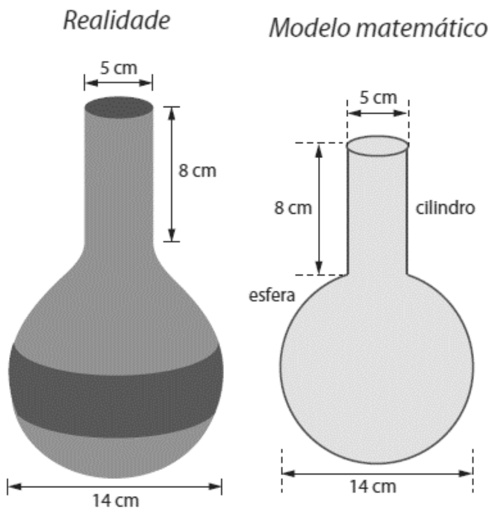
A linha do equador tem 40 000 km, aproximadamente.

O raio da terra ($\pi = 3,14$): $C = 2\pi R \rightarrow R \simeq 6369\ km$.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \simeq 1,08\,.\,10^{12}\ km^3$$

$$A = 4\pi R^2 = 5,09\,.\,10^{8}\ km^2$$

Quantos mililitros cabem, aproximadamente, na vasilha ao lado?



o volume do cilindro no qual $r = 2,5\ cm$ e $h = 8\ cm$:

$$V = \pi r^2 h = \pi (2,5)^2\,.\,8 = 50\pi\ cm^3$$

o volume da esfera na qual $R = 7\ cm$:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1372\pi}{3}\ cm^3$$

o volume da vasilha:

$$V = 50\pi + \frac{1372\pi}{3} = \frac{1522\pi}{3}\ cm^3$$

Considerando $\boldsymbol{\pi = 3,14}$, temos $\boldsymbol{V = 1593\ cm^3}$.

Como $1\ cm^3 = 1\ ml$, o volume da vasilha é de, aproximadamente, 1 593 ml.

SUGESTÃO DE ATIVIDADE

ATIVIDADE 01 –

Qual é o volume de uma bola de basquete cujo diâmetro mede 26 cm?

Resposta:9198,11 cm^3

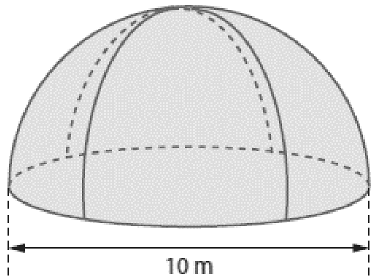
ATIVIDADE 02 –

O diâmetro de uma esfera de ferro fundido mede 6 cm. Qual é o volume dessa esfera?

Resposta:113,04 cm^3

ATIVIDADE 03 –

Um reservatório tem a forma de um hemisfério (figura a seguir). Qual é o volume máximo de líquido que cabe nesse reservatório, em litros?



Resposta:261670 l

ATIVIDADE 04 –

Considere uma laranja como uma esfera composta de 12 gomos exatamente iguais. Se a laranja tem 8 cm de diâmetro, qual é o volume de cada gomo?

Resposta: $\frac{256\pi}{3}\ cm^3;\ 22{,}33\ cm^3$

ATIVIDADE 05 –

Um reservatório de forma esférica (figura a seguir) tem 9 m de raio. Para encher totalmente esse reservatório são necessárias 20 horas. Nessas condições, o reservatório recebe água na razão de quantos m^3/h?

Resposta: 152,60 m^3/h

MOMENTO ENEM

QUESTÃO 01 – (ENEM/2021-Adaptada)

Leia o texto a seguir.

Um povoado com 100 habitantes está passando por uma situação de seca prolongada e os responsáveis pela administração pública local decidem contratar a construção de um reservatório. Ele deverá ter a forma de um cilindro circular reto, cuja base tenha 5 metros de diâmetro interno, e atender à demanda de água da população por um período de exatamente

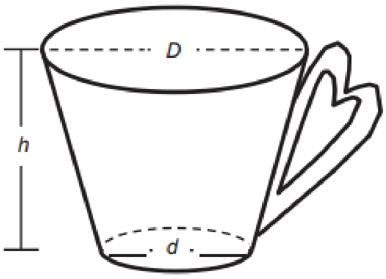
sete dias consecutivos. No oitavo dia, o reservatório vazio é completamente reabastecido por carros-pipa.
Considere que o consumo médio diário por habitante é de 120 litros de água. Use 3 como aproximação para π.

Nas condições apresentadas, o reservatório deverá ser construído com uma altura interna mínima, em metro, igual a

(A) 1,12.
(B) 3,10.
(C) 4,35.
(D) 4,48.
(E) 5,60.

QUESTÃO 02 – (ENEM/2021-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Uma pessoa comprou uma caneca para tomar sopa, conforme ilustração.

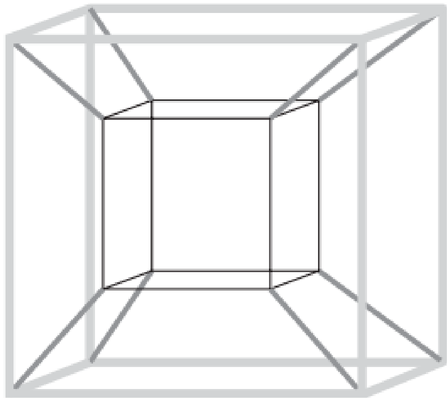


Sabe-se que 1 cm^3 = 1 mL e que o topo da caneca é uma circunferência de diâmetro (D) medindo 10 cm, e a base é um círculo de diâmetro (d) medindo 8 cm. Além disso, sabe-se que a altura (h) dessa caneca mede12 cm (distância entre o centro das circunferências do topo e da base). Utilize 3 como aproximação para π. Qual é a capacidade volumétrica, em mililitro, dessa caneca?

(A) 216
(B) 408
(C) 732
(D) 2 196
(E) 2 928

QUESTÃO 03 – (ENEM/2021-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Muitos brinquedos que frequentemente são encontrados em praças e parques públicos apresentam formatos de figuras geométricas bidimensionais e tridimensionais. Uma empresa foi contratada para desenvolver uma nova forma de brinquedo. A proposta apresentada pela empresa foi de uma estrutura formada apenas por hastes metálicas, conectadas umas às outras, como apresentado na figura. As hastes de mesma tonalidade e espessura são congruentes.

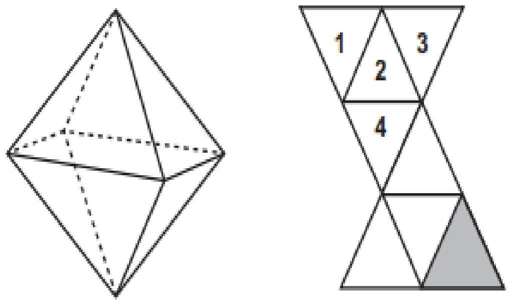


Com base na proposta apresentada, quantas figuras geométricas planas de cada tipo são formadas pela união das hastes?

(A) 12 trapézios isósceles e 12 quadrados.
(B) 24 trapézios isósceles e 12 quadrados.
(C) 12 paralelogramos e 12 quadrados.
(D) 8 trapézios isósceles e 12 quadrados.
(E) 12 trapézios escalenos e 12 retângulos.

QUESTÃO 04 – (ENEM/2021-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Num octaedro regular, duas faces são consideradas opostas quando não têm nem arestas, nem vértices em comum. Na figura, observa-se um octaedro regular e uma de suas planificações, na qual há uma face colorida na cor cinza escuro e outras quatro faces numeradas.



Qual(is) face(s) ficará(ão) oposta(s) à face de cor cinza escuro, quando o octaedro for reconstruído a partir da planificação dada?

(A) 1, 2, 3 e 4
(B) 1 e 3
(C) 1
(D) 2
(E) 4

QUESTÃO 05 – (ENEM/2021-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

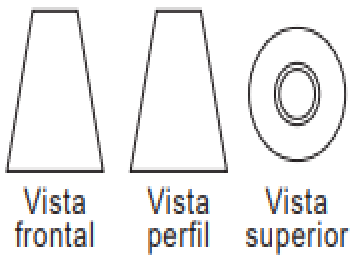
Um piscicultor cria uma espécie de peixe em um tanque cilíndrico. Devido às características dessa espécie, o tanque deve ter, exatamente, 2 metros de profundidade e ser dimensionado de forma a comportar 5 peixes para cada metro cúbico de água. Atualmente, o tanque comporta um total de 750 peixes. O piscicultor deseja aumentara capacidade do tanque para que ele comporte 900 peixes, mas sem alterar a sua profundidade. Considere 3 como aproximação para π.
O aumento da medida do raio do tanque, em metro, deve ser de

(A) $\sqrt{30} - 5$
(B) $\frac{\sqrt{30}-5}{2}$
(C) $\sqrt{5}$
(D) 5/2
(E) 15/2

QUESTÃO 06 – (ENEM/2020-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

No desenho técnico, é comum representar um sólido por meio de três vistas (frontal, perfil e superior), resultado da projeção do sólido em três planos, perpendiculares dois a dois.

A figura representa as vistas de uma torre.



Disponível em: www.uems.br. Acesso em: 11 dez. 2012 (adaptado).

Com base nas vistas fornecidas, qual figura melhor representa essa torre?

(A)


(B)


(C)

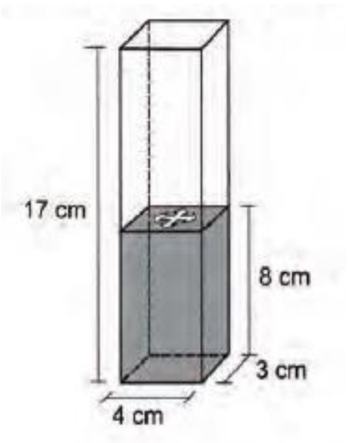

(D)


(E)


Resposta: Letra E

QUESTÃO 07 – (ENEM/2020-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Num recipiente com a forma de paralelepípedo reto-retângulo, colocou-se água até a altura de 8 cm e um objeto, que ficou flutuando na superfície da água. Para retirar o objeto de dentro do recipiente, a altura da coluna de água deve ser de, pelo menos, 15 cm. Para a coluna de água chegar até essa altura, é necessário colocar dentro do recipiente bolinhas de volume igual a 6 cm^3 cada, que ficarão totalmente submersas.



O número mínimo de bolinhas necessárias para que se possa retirar o objeto que flutua na água, seguindo as instruções dadas, é de

(A) 14.
(B) 16.
(C) 18.
(D) 30.
(E) 34.

QUESTÃO 08 – (ENEM/2021-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Uma loja de materiais de construção vende dois tipos de caixas-d'água: tipo A e tipo B. Ambas têm formato cilíndrico e possuem o mesmo volume, e a altura da caixa-d'água do tipo B é igual a 25% da altura da caixa-d'agua do tipo A.
Se R denota o raio da caixa-d'água do tipo A, então o raio da caixa-d'água do tipo B é

(A) $R/2$.
(B) $2R$.
(C) $4R$.
(D) $5R$.
(E) $16R$.

QUESTÃO 09 – (ENEM/2021-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

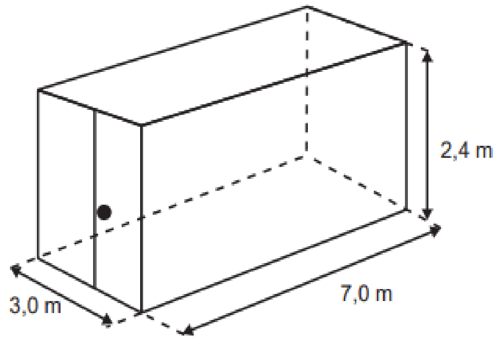
Uma das Sete Maravilhas do Mundo Moderno é o Templo de Kukulkán, localizado na cidade de Chichén Itzá, no México. Geometricamente, esse templo pode ser representado por um tronco reto de pirâmide de base quadrada.

As quantidades de cada tipo de figura plana que formam esse tronco de pirâmide são

(A) 2 quadrados e 4 retângulos.
(B) 1 retângulo e 4 triângulos isósceles.
(C) 2 quadrados e 4 trapézios isósceles.
(D) 1 quadrado, 3 retângulos e 2 trapézios retângulos.
(E) 2 retângulos, 2 quadrados e 2 trapézios retângulos.

QUESTÃO 10 – (ENEM/2019-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Uma empresa especializou-se no aluguel de contêineres que são utilizados como unidades comerciais móveis. O modelo padrão alugado pela empresa tem altura de 2,4 m e as outras duas dimensões (largura e comprimento), 3,0 m e 7,0 m, respectivamente.



Um cliente solicitou um contêiner com altura padrão, porém, com largura 40% maior e comprimento 20% menor que as correspondentes medidas do modelo padrão. Para atender às necessidades de mercado, a empresa também disponibiliza um estoque de outros modelos de contêineres, conforme o quadro.

Modelos com altura de 2,4 m	Largura (em metro)	Comprimento (em metro)
I	4,2	8,4
II	4,2	5,6
III	4,2	5,8
IV	5,0	5,6
V	5,0	8,4

Dos modelos disponíveis, qual atende às necessidades do cliente?

(A) I
(B) II
(C) III
(D) IV
(E) V

QUESTÃO 11 – (ENEM/2019-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Para decorar sua casa, uma pessoa comprou um vaso de vidro em forma de um paralelepípedo retangular, cujas medidas internas são: 40 cm de comprimento, 35 cm de largura e 60 cm de altura. Em seguida, foi até uma floricultura e escolheu uma planta aquática para colocar nesse vaso. Segundo uma proposta do gerente do local, essa pessoa avaliou a possibilidade de enfeitar o vaso colocando uma certa quantidade de pedrinhas artificiais brancas, de volume igual a 100 cm^3 cada uma delas, que ficarão totalmente imersas na água que será colocada no vaso. O gerente alertou que seria adequado, em função da planta escolhida, que metade do volume do vaso fosse preenchido com água e que, após as pedrinhas colocadas, a altura da água deveria ficar a 10 cm do topo do vaso, dando um razoável espaço para o crescimento da planta. A pessoa aceitou as sugestões apresentadas, adquirindo, além da planta, uma quantidade mínima de pedrinhas, satisfazendo as indicações do gerente.

Nas condições apresentadas, a quantidade de pedrinhas compradas foi

(A) 140.
(B) 280.
(C) 350.
(D) 420.
(E) 700.

QUESTÃO 12 – (ENEM/2019-Adaptada)
Leia o texto a seguir.

Muitos restaurantes servem refrigerantes em copos contendo limão e gelo. Suponha um copo de formato cilíndrico, com as seguintes medidas: diâmetro = 6 cm e altura = 15 cm. Nesse copo, há três cubos de gelo, cujas arestas medem 2 cm cada, e duas rodelas cilíndricas de limão, com 4 cm de diâmetro e 0,5 cm de espessura cada. Considere que, ao colocar o refrigerante no copo, os cubos de gelo e os limões ficarão totalmente imersos. (Use 3 como aproximação para π).

O volume máximo de refrigerante, em centímetro cúbico, que cabe nesse copo contendo as rodelas de limão e os cubos de gelo com suas dimensões inalteradas, é igual a

(A) 107.
(B) 234.
(C) 369.
(D) 391.
(E) 405.

REFERÊNCIAS

GIOVANNI, José Ruy. Bonjorno, José Roberto. Júnior, José Ruy Giovanni. **Curso de matemática:** volume único. 2ª edição. São Paulo. Moderna. 1998.

BIANCHINI, Edwaldo. Paccola, Erval. **Curso de matemática Ensino Médio.** Volume único. 1ª edição. São Paulo. Editora Saraiva. 2001.

NERY, Chico. Trotta, Fernando. **Matemática para o Ensino Médio**. Volume único. 2ª edição. São Paulo. Moderna. 1998. Disponível em: encurtador.com.br/bvxO5. Acesso em: 15 ago. 2022.

RIBEIRO. Amanda Gonçalves. Exercícios de Matemática – **Função Exponencial.** Brasil Escola. Disponível em: encurtador.com.br/bvxO5. Acesso em: 15 ago. 2022.

OLIVEIRA. Raul Rodrigues de. Exercícios de Matemática – **Função Exponencial** . Mundo Educação. Disponível em: encurtador.com.br/fiH25. Acesso em: 15 ago. 2022.

BRASIL – **Matriz de referência ENEM**. Disponível em: encurtador.com.br/klSX0. Acesso em: 15 ago. 2022.

Gov.br. **Provas e Gabaritos.** 2021. Disponível em: encurtador.com.br/yBH18. Acesso em: 15 ago. 2022.